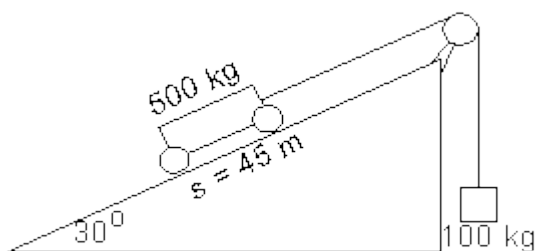


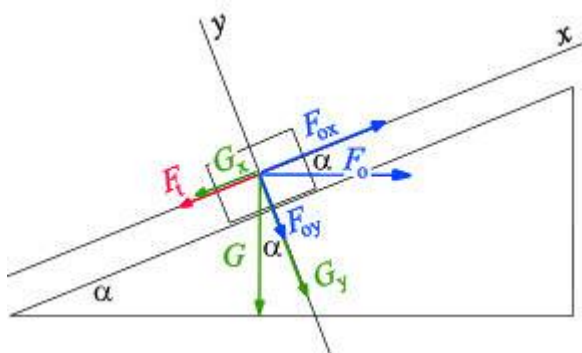
## Doporučené příklady BBA101 (BBA005)

1. Časový rozdíl mezi spatřením nebezpečí na vozovce a sešlápnutím brzdového pedálu je u průměrného řidiče asi 0,6 s. Automobil může brzdit s maximálním zpožděním  $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . Vypočtete celkovou délku dráhy, kterou vozidlo urazí od okamžiku, kdy řidič spatřil nebezpečí až do úplného zastavení. Předpokládejte, že jeho rychlost je 60 km/h. [37,8 m]
2. Sedačka kolotoče se pohybuje rovnoměrným pohybem po kružnici o poloměru 5,2 m. Oběžná doba sedačky je 5 sekund. Vypočtete: a) velikost rychlosti sedačky, b) velikost dostředivého zrychlení sedačky, c) úhel, o který je odkloněn závěs sedačky od svislého směru. [ $6,53 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $8,20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ,  $39,7^\circ$ ]
3. Kulička zavěšená na niti se pohybuje rovnoměrným pohybem po vodorovné kružnici o poloměru 25 cm a vykonává půl otáčky za sekundu. Vypočtete: a) velikost dostředivého zrychlení kuličky, b) úhel, o který je odkloněn závěs kuličky od svislého směru. [ $2,46 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ,  $14^\circ$ ]
4. Těleso o hmotnosti 0,8 kg je vrženo svisle vzhůru. Při svém pohybu má ve výšce 10 metrů kinetickou energii 20 J, gravitační zrychlení je  $9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . a) Jakou má těleso v uvedené výšce potenciální energii? b) Jaké maximální výšky toto těleso dosáhne? c) Jakou rychlostí bylo těleso vrženo? d) Jakou mělo těleso rychlost ve výšce 10 m? [78,48 J, 12,5 m,  $7,07 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]
5. Závodník vrhl oštěp do vzdálenosti 65 m. Let oštěpu trval 3,2 s. Určete jakou rychlostí a pod jakým elevačním úhlem byl oštěp vymrštěn. K odporu vzduchu nepřihlížíme a předpokládáme, že oštěp byl vymrštěn z povrchu Země. [ $25,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $37,7^\circ$ ]
6. Atlet vrhl oštěp do vzdálenosti 65 m pod úhlem  $38^\circ$ . Jak dlouho trval let oštěpu a jakou počáteční rychlostí byl oštěp vržen? K odporu vzduchu nepřihlížíme a předpokládáme, že oštěp byl vymrštěn z povrchu Země. [3,29 s,  $25,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]
7. Pod jakým elevačním úhlem se musí vrhnout těleso, aby se výška výstupu právě rovnala vzdálenosti dopadu? [ $76^\circ$ ]
8. Pod jakým úhlem od vodorovné roviny musíme vrhnout těleso počáteční rychlostí  $28 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , aby těleso vystoupilo do maximální výšky 30 m? [ $60^\circ$ ]
9. Pod jakým úhlem od vodorovné roviny musíme vrhnout těleso počáteční rychlostí  $28 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , aby těleso doletělo do vzdálenosti 30 m? [ $11^\circ$ ]
10. Pod jakým elevačním úhlem se musí vrhnout těleso, aby výška výstupu byla dvakrát větší než vzdálenost dopadu? [ $83^\circ$ ]
11. Z děla umístěného na pobřeží 30 m nad hladinou moře je vystřelena střela pod úhlem  $45^\circ$  od vodorovné roviny s počáteční rychlostí  $1000 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Jaká je vodorovná vzdálenost místa na hladině moře, kde střela zasáhne svůj cíl? Odpor vzduchu zanedbejte. [101,8 km]
12. Tenisový míček je odpálený vodorovným směrem ve výšce 120 cm nad zemí rychlostí  $42 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , ( $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ). Vypočítejte: a) dobu trvání letu míčku, než dopadne na zem, b) vzdálenost dopadu míčku od hráče. [0,5 s, 20,8 m]
13. Kámen vržený rychlostí  $v_0 = 12 \text{ m/s}$  pod úhlem  $45^\circ$  od vodorovné roviny, dopadl na zem ve vzdálenosti  $x$  od místa vrhu. Z jaké výšky by bylo nutno tentýž kámen hodit ve vodorovném směru stejnou rychlostí  $v_0 = 12 \text{ m/s}$ , aby dopadl na totéž místo. [7,4 m]
14. Kámen vržený vodorovně z výšky  $h = 6 \text{ m}$  počáteční rychlostí  $v_0 = 12 \text{ m/s}$  dopadl na zem ve vzdálenosti  $x$  od místa vrhu. Pod jakým úhlem od vodorovné roviny bychom museli vrhnout kámen stejnou rychlostí  $v_0 = 12 \text{ m/s}$  ze země, aby dopadl na totéž místo. [ $32,4^\circ$ ]



Obrázek k příkladu "vozik s kladkou"

15. Za jak dlouho ujede vozík na nakloněné rovině dráhu  $s = 45$  m? Vozík je spojen se závažím hmotnosti 100 kg visícím přes kladku (podle obrázku). Hmotnost vozíku je 500 kg, sklon nakloněné roviny je  $30^\circ$ . Vozík se rozjíždí z klidu. [6,06 s]
16. Za jak dlouho dosáhne vozík na nakloněné rovině rychlosti 10 km/h? Vozík je spojen se závažím hmotnosti 100 kg visícím přes kladku (podle předchozího obrázku). Hmotnost vozíku je 500 kg, sklon nakloněné roviny je  $30^\circ$ . Vozík se rozjíždí z klidu. [1,13 s]
17. Železná kulička hmotnosti 0,1 kg upevněná na niti délky 0,5 m se rovnoměrně pohybuje po vodorovné kružnici. Niť přitom opisuje plášť kužele a svírá se svislým směrem úhel  $30^\circ$ . Určete a) dostředivou sílu a b) dobu oběhu kuličky. [0,566 N,  $4,75$  s<sup>-1</sup>]
18. Střela o hmotnosti 5 g byla vystřelena vodorovně do kostky hmotnosti 3 kg, která leží na vodorovné rovině. Součinitel smykového tření mezi kostkou a rovinou je 0,2. Střela uvízla v kostce a kostka se posunula o 25 cm. Jaká byla rychlost střely? [595 m.s<sup>-1</sup>]
19. Kvádr sklouzl po nakloněné rovině dlouhé 5 m rovnoměrně zrychleným pohybem za 2 s. Určete součinitel smykového tření kvádru, svírá-li nakloněná rovina s vodorovnou úhel  $30^\circ$ . (Rovnici určující součinitel tření odvoďte!) [0,283]
20. Kvádr sklouzl dolů po nakloněné rovině dlouhé 5 m rovnoměrně zrychleným pohybem za 2,5 s. Součinitel smykového tření kvádru byl 0,35. Určete úhel sklonu nakloněné roviny vzhledem k vodorovné rovině. [28,1°]

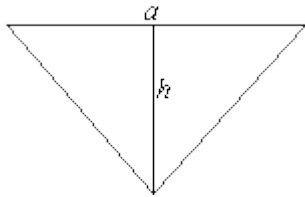


Obrázek k příkladům "zatáčka"

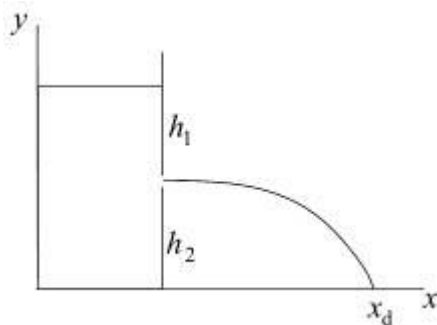
21. Zatáčka o poloměru 30 m byla upravena skloněním povrchu vozovky o úhel  $15^\circ$ . Jak se tím zvýšila maximální bezpečně průjezdná rychlost vozidel, je-li součinitel tření pneumatik na vozovce 0,7? [67,7 km/h]
22. Zatáčka o poloměru 35 m byla upravena skloněním povrchu vozovky. O jaký úhel je třeba vozovku naklonit, aby se zvýšila maximální bezpečně průjezdná rychlost vozidel na 80 km/h, je-li součinitel tření pneumatik o vozovku 0,6? [24,2°]

23. Za jakou dobu proběhne vozík o hmotnosti 1 t délku dráhy 45 m po nakloněné rovině s úhlem sklonu  $20^\circ$ , je-li součinitel vlečného tření 0,2? Jaké bude jeho zrychlení? [7,71 s]
24. Po nakloněné rovině délky 75 m s úhlem sklonu  $32^\circ$  od vodorovné roviny se valí homogenní válec bez klouzání. Určete zrychlení a závislost proběhnuté dráhy jeho těžiště na čase. [ $3,47 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ,  $s=1,74\cdot t^2$ ]
25. Po nakloněné rovině s úhlem sklonu  $17^\circ$  od vodorovné roviny jede samospádem vozík o hmotnosti 300 kg. Vozík má 4 stejná kola. Vypočítejte moment setrvačnosti jednoho kola, jehož poloměr je 30 cm. Na konci nakloněné roviny dlouhé 100 m vozík dosáhne rychlosti  $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Nápověda: kinetická energie vozíku je součet translační kinetické energie vozíku a rotační kinetické energie kol. [ $10,45 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ]
26. Po nakloněné rovině se valí dolů homogenní koule. Koule vykoná jednu otáčku za 2 s. Poloměr koule je 30 cm a její hmotnost 5 kg. Vypočítejte kinetickou energii koule. [3,11 J]
27. Po nakloněné rovině se valí válec. Vypočítejte úhel sklonu nakloněné roviny, víte-li, že na začátku nakloněné roviny byl válec v klidu a na konci nakloněné roviny dlouhé 25 m dosáhne válec rychlosti  $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . [ $43,5^\circ$ ]
28. Po nakloněné rovině délky 125 m s úhlem sklonu  $25^\circ$  od vodorovné roviny se valí homogenní koule ( $d = 68 \text{ cm}$ ,  $\rho = 2500 \text{ kg m}^{-3}$ ). Určete dráhu, kterou urazí jeho těžiště za 5 s, byla-li počáteční rychlost nulová. [37 m]
29. Po nakloněné rovině s úhlem sklonu  $30^\circ$  se valí tenká obruč. Vypočítejte velikost zrychlení, s jakým se pohybuje těžiště obruče. [ $2,45 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ]
30. Po nakloněné rovině s úhlem sklonu  $35^\circ$  se valí koule. Vypočítejte velikost zrychlení, s jakým se pohybuje těžiště koule a rychlost na konci nakloněné roviny dlouhé 12 m. [ $4,02 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ,  $9,82 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]
31. Po nakloněné rovině se valí tenká obruč se zrychlením těžiště  $a = 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Vypočítejte úhel sklonu nakloněné roviny. [ $37,7^\circ$ ]
32. Stacionární umělá družice Země je těleso, které lze pozorovat stále na stejném místě oblohy vzhledem k pozorovateli. Za předpokladu, že družice obíhá v rovině rovníku vypočítejte: a) úhlovou rychlost stacionární družice, b) její oběžnou rychlost, c) její výšku nad povrchem Země. Poloměr Země je 6378 km. [ $35,9\cdot 10^3 \text{ km}$ ,  $7,27\cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ,  $3,07 \text{ km/s}$ ]
33. Vypočítejte kinetickou energii tělesa o hmotnosti 9,2 tun, které dopadlo na Zem z velké výšky  $h \gg R$ , kde  $R=6378 \text{ km}$  je poloměr Země. [ $5,76\cdot 10^{11} \text{ J}$ ]
34. Vypočítejte kinetickou energii tělesa o hmotnosti 5 tun, které dopadlo na Zem z výšky 65000 km, je-li poloměr Země 6378 km a hmotnost Země  $5,98\cdot 10^{24} \text{ kg}$ . [ $2,85\cdot 10^{11} \text{ J}$ ]
35. Vypočítejte hmotnost Slunce, předpokládáme-li, že Země kolem něj oběhne za 1 rok po kruhové dráze o poloměru 149,5 milionů km. [ $1,98\cdot 10^{30} \text{ kg}$ ]
36. Hmotný objekt tvaru pravidelného hranolu plave na vodě. Naložíme-li na něj náklad 500 kg, ponoří se o 1 cm hlouběji. Jak velká je plocha jeho dna? [ $50 \text{ m}^2$ ]
37. Jak velká tlaková síla spodní vody působí na svislou obdélníkovou stěnu základové betonové vany, jejíž šířka je 12 m, výška 4,4 m, je-li vana zatopena do poloviny své výšky spodní vodou?
38. Jak velká tlaková síla vody působí na svislou obdélníkovou hráz, jejíž šířka je 25 m, výška 15 m, je-li hráz zatopena do  $2/3$  své výšky vodou? [ $12,3 \text{ MN}$ ]

39. Určete výslednou tlakovou sílu vody na hráz údolní přehrady mající tvar lichoběžníka. Šířka hladiny je  $a=80$  m, spodní základna  $b=52$  m a výška hladiny nad dnem  $c=22$  m. [146 MN]



40. Určete výslednou tlakovou sílu vody na stěnu tvaru rovnoramenného trojúhelníka znázorněnou na obrázku, je-li stěna zatopena po okraj vodou. Šířka hladiny je  $a = 80$  cm a výška hladiny nad dnem  $h = 120$  cm. [1,88 kN]
41. Dřevěná konstrukce o hmotnosti 600 kg má být potopena pod vodou zatížením kameny. Určete minimální hmotnost kamenů, je-li hustota dřeva  $650 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  a hustota kamene  $2500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . [323 kg]
42. Jaká je plocha nejmenší ledové kry 30 cm silné, která právě unese člověka vážícího 90 kg. Hustota ledu je  $917 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .
43. Nádoba naplněná vodou má ve výšce 15 cm nad vodorovnou rovinou otvor, z něhož vodorovně vytéká voda a dopadá na vodorovnou rovinu ve vzdálenosti 20 cm od nádoby. Určete, jakou rychlostí voda vytéká. [ $1,14 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]



Obrázek k příkladům "nádobá"

44. Nádoba naplněná vodou má ve výšce 30 cm nad vodorovnou rovinou otvor, z něhož vodorovně vytéká voda a dopadá na vodorovnou rovinu. Otvor je 15 cm pod hladinou. Určete vzdálenost místa dopadu vody od nádoby. [42,4 cm]
45. Nádoba naplněná vodou má ve výšce 15 cm nade dnem otvor, z něhož vodorovně vytéká voda. Voda dopadá na vodorovnou rovinu, na které stojí nádoba, ve vzdálenosti 20 cm od nádoby. Určete v jaké výšce ode dna je hladina vody v nádobě. [21,7 cm]
46. Do nádoby přitéká voda s konstantním objemovým tokem. Za jednu sekundu přiteče  $150 \text{ cm}^3$  vody. Na dně nádoby je otvor s průřezem  $S = 0,5 \text{ cm}^2$ . V jaké výšce se ustálí voda v nádobě, když zanedbáme tření u výtoku?
47. Jaký tlak musí být ve vodorovném potrubí položeném 2 m pod zemí, má-li voda vystoupit do nejvyššího patra domu 30 m nad zemí a ještě vytékat rychlostí  $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Ztráty v potrubí zanedbejte! Rychlost v hlavním potrubí je  $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Jak vysoko nad zemí musí být vodárenská nádrž? [416 kPa, 30,5 m]
48. Pružina zatížená silou 5 N se prodlouží o 5 cm. Jaká je celková energie kmitavého pohybu, jestliže bude na této pružině kmitat těleso s amplitudou výchylky 2 cm? [0,02 J]
49. Závaží o hmotnosti 5 kg zavěšené na pružině ji prodlouží o 122 mm. Místo něj pak zavěsíme na tutéž pružinu závaží o hmotnosti 1 kg a tuto soustavu rozkmitáme.

Určete: a) dobu kmitu netlumených oscilací, b) logaritmický dekrement tlumení, je-li součinitel tlumení  $6,8 \text{ s}^{-1}$ , c) frekvenci tlumených kmitů pro případ b).  
[0,313 s, 2,27, 3,00]

50. Bod o hmotnosti 5 kg kmitá harmonickým netlumeným pohybem o frekvenci  $0,5 \text{ Hz}$  s amplitudou kmitů 3 cm. Určete rychlost, zrychlení a sílu působící na oscilátor v okamžiku kdy má výchylku 1,5 cm! [0,082  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ , 0,148  $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ , 0,74 N]
51. Celková energie kmitajícího tělesa je 0,96 mJ. Maximální síla působící na těleso je 0,48 N a perioda kmitů je 0,3 s. Určete: a) hmotnost tělesa, b) amplitudu výchylky. Počáteční fáze je  $60^\circ$ . [273 g, 4 mm ]
52. Potenciální energie kmitajícího tělesa při výchylce 3 cm je 0,96 mJ. Maximální síla působící na těleso je 0,48 N a perioda kmitů je 0,2 s. Určete: a) amplitudu výchylky, b) hmotnost tělesa. [22,5 cm, 2,16 g]
53. Na misku o hmotnosti 0,5 kg zavěšenou na pružině o tuhosti  $250 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$  dopadlo z výšky 30 cm závaží hmotnosti 280 g a zůstalo ležet na misce. Miska začala kmitat. Určete amplitudu netlumených kmitů misky.
54. Logaritmický dekrement tlumení kyvadla je roven 0,01. Vypočítejte, kolikrát se zmenší amplituda kmitů po 100 kmitech.
55. Harmonický oscilátor kmitá s počáteční amplitudou výchylky 30 cm a logaritmickým dekrementem tlumení 0,02. Určete amplitudu výchylky kmitů po 50 kmitech. [11 cm]
56. Jaký je logaritmický dekrement tlumení oscilátoru, který kmitá s kmitočtem 2 Hz, je-li jeho počáteční amplituda výchylky 5 cm a tato amplituda klesne za 5 minut na 0,5 cm? [ $3,84\cdot 10^{-3}$ ]
57. Vypočítejte součinitel tlumení kmitů, je-li podíl dvou po sobě jdoucích maximálních výchylek na tutéž stranu roven 2 a perioda tlumených kmitů je 0,5 s. Jaká by byla perioda netlumených kmitů za stejných podmínek? [1,39, 0,499 s]
58. Vypočítejte součinitel tlumení kmitů, je-li podíl dvou po sobě jdoucích maximálních výchylek (ležících vzájemně na opačných stranách) roven 2 a perioda tlumených kmitů je 0,2 s. Jaká by byla perioda netlumených kmitů za stejných podmínek? [6,93, 0,195 s]
59. Stanovte dobu, při které dojde k maximální výchylce při tlumených kmitech, které jsou dány rovnicí výchylky  $x = x_0 e^{-\delta t} \sin(\omega t)$
60. Frekvence tlumených kmitů je 2,5 Hz, součinitel tlumení je  $2 \text{ s}^{-1}$  a počáteční fáze je  $\pi/4$ . Stanovte čas, pro který bude výchylka tlumených kmitů maximální.
61. Pozorováním tlumeného pohybu bylo zjištěno, že po dvou po sobě jdoucích výchylkách na stejnou stranu se amplituda kmitů zmenšila o  $6/10$  a že perioda tlumených kmitů je 0,5 s. Určete součinitel tlumení a frekvenci netlumených kmitů, které by probíhaly za stejných podmínek.
62. Perioda netlumeného kmitavého pohybu je 80 ms. Určete, zda je tato soustava tlumena podkriticky, kriticky nebo nadkriticky, je-li součinitel tlumených kmitů  $50 \text{ s}^{-1}$ .