

Hydro-mechanika

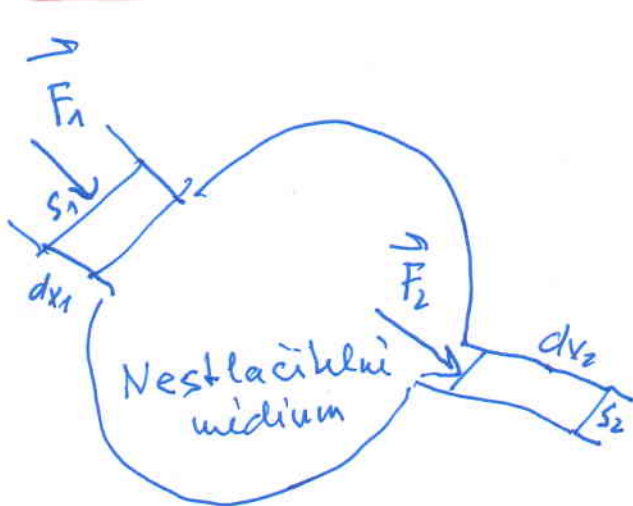
38. Pascaliův zákon

Tetahliny $\begin{cases} \text{kapaliny} \\ \text{plyny} \end{cases}$

Tlak $P = \frac{dF}{dS} \left[\frac{N}{m^2} = Pa \right]$ pascal

Tlaková síla $\vec{F} = \int_S p d\vec{S}$

Tlak vyvolaný silou z vnějšího je
v celém objemu kapaliny stejný



Práce $dW_1 = F_1 \cdot dx_1 = p_1 \cdot \underbrace{S_1 \cdot dx_1}_{dV_1}$
 $p = \frac{F}{S}$

$$dW_1 = p_1 \cdot dV_1$$

Přechod menšího nestlačitelnou kapalinou

$$dW_1 = p_1 dV_1 = p_2 dV_2 = dW_2$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{p_1 = p_2}$$

Pascaliův zákon

Polohu pístu můžeme změnit v libovolném bodě.

To samé platí pro plyny. Důkaz složitější
přes termodynamiku a energii.

Ali máme zkušební s pumpování a dusu
v kole. Tlak je stejný v celé tekutině.

Využití

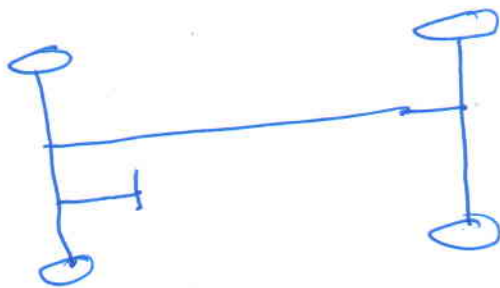
1. Lis hydraulický



$$P_1 = \frac{F_1}{S_1} = P_2 = \frac{F_2}{S_2}$$

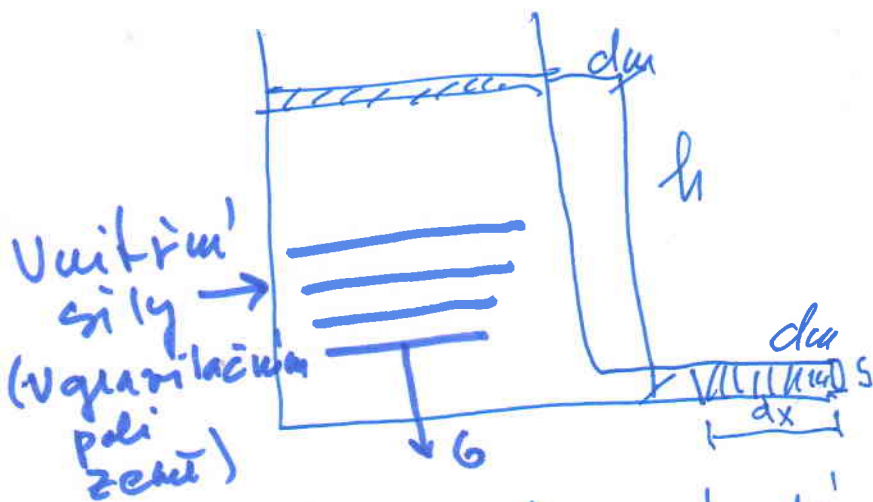
$$F_2 = \frac{S_2}{S_1} \cdot F_1 \quad \text{ji } n \text{ poměru ploch}$$

Hydraulické brzdy



teče u nás
ke stejné.
stejně jsou
i plochy brzdících
destiček
 $\Rightarrow$ síla na kardi
kolo ji stejná
(jinak smysl)

39. Hydraulic' head



$$dW = F \cdot dx = p \cdot S \cdot dx$$

$$dW = p \cdot dV$$

Pist vykoná práci

↓

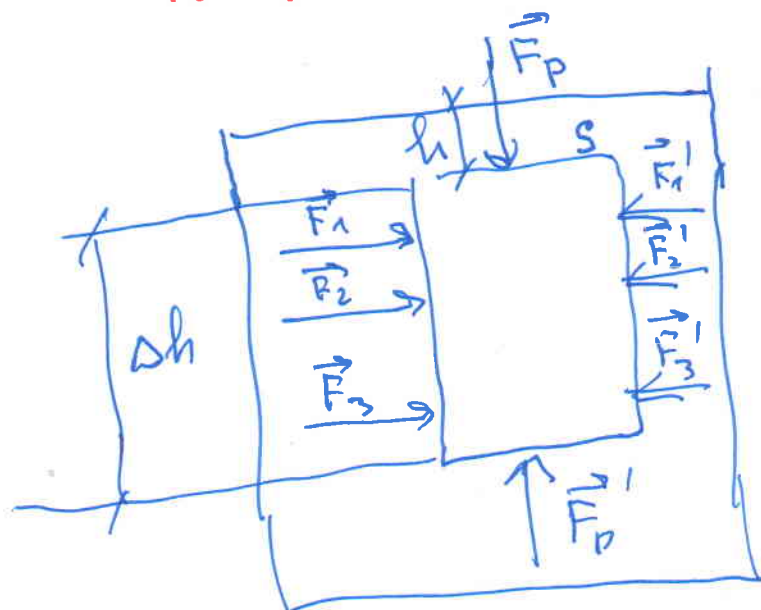
$$dW = dui gh = \rho \cdot dV gh = p \cdot dV$$

$$p_h = h \rho g$$

hydraulic' head

v tekutinách — kapalinách
— plynech

40. Archimédův zákon



$$\begin{aligned} \vec{F}_1 &= -\vec{F}_1' \\ \vec{F}_2 &= -\vec{F}_2' \\ \vec{F}_3 &= -\vec{F}_3' \end{aligned} \quad \Sigma = 0$$

Vztlaková síla

$$d\vec{F}_{vz} = d\vec{F}_P - d\vec{F}_{P'} = (p - p')ds =$$

$$= h\rho g ds - (h + \Delta h)\rho g ds =$$

$$= h\rho g ds - h\rho g ds - \Delta h\rho g ds$$

$$d\vec{F}_{vz} = - \underbrace{\Delta h ds}_{dV} \cdot \rho g$$

$$F_{vz} = -\rho g \cdot V$$

Archimédův
zákon

Vztlaková síla kapaliny na těleso
v relativním klidu má velikost tíhy
kapaliny vytlačené tělesem a obrácený
směr.

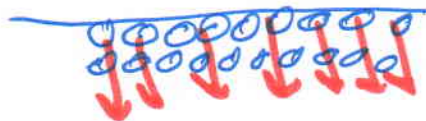
(vytlaceno ponořenou
částí)

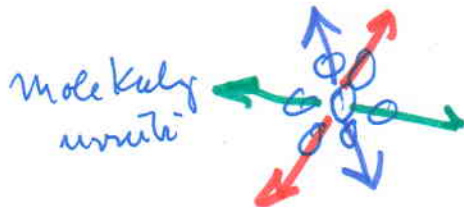
Platí i pro plyny. (69)

41. Povrchová napětí

mezimolekulární
vazební síly

upovrchu

 - síly pouze dolů => povrchová napětí σ

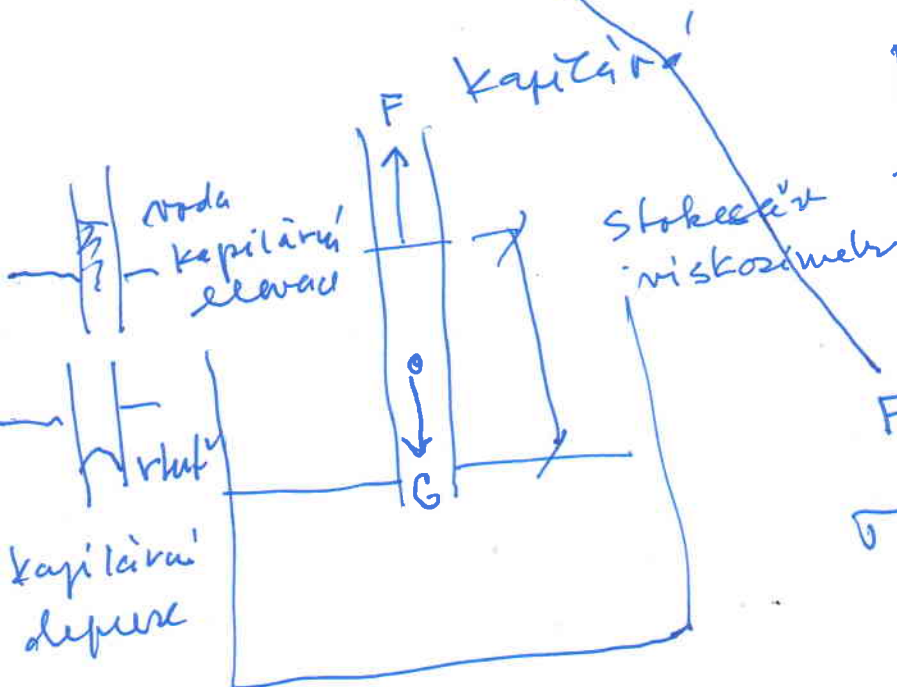


$$\sum F = 0$$

$$\sigma = \frac{F}{l} \left[\frac{N}{m} \right]$$

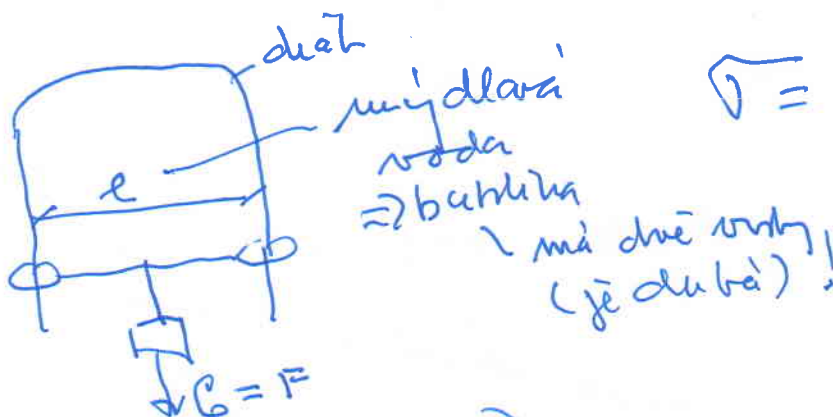
$$\sigma = \frac{F}{l} \cdot \frac{F \cdot dl}{l \cdot dr} = \frac{dW}{dS} = \left(\frac{dE}{dS} \right)$$

Plošná hustota
energie napjatosti
povrchu.



$$F = G$$

$$\sigma \cdot 2\pi r = (\pi r^2 \cdot h) \cdot \rho \cdot g$$



$$\sigma = \frac{F}{l} \left[\frac{N}{m^2} \right]$$

Hydrodynamika

42. Rovnice kontinuity

K popisu proudění se zavádí proudění čáry
Tečna k každému bodu má směr rychlosti.

Laminární proudění 

Turbulentní proudění 

Ustálené proudění - jistě rychlosti, teploty jsou konstantní
místě stále.

Objemový průtok

$$Q_v = \frac{dV}{dt} \left[\frac{m^3}{s} \right]$$

$$Q_v = \frac{S \cdot dP}{dt} = S \cdot \bar{v}$$

$$Q_v = S \cdot v$$

střední
rychlost

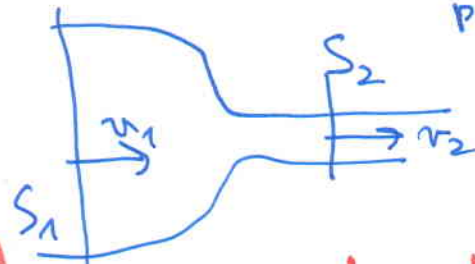
Hmotnostní průtok

$$Q_m = \frac{dm}{dt} = \rho \cdot \frac{dV}{dt} = \rho \cdot S \cdot \bar{v}$$

$$Q_m = \rho \cdot S \cdot v \quad [kg \cdot s^{-1}]$$

1, nerstlačitelný medium (kapalina) ^{neroztíhne ve pohybu}

$$Q_{V1} = Q_{V2}$$



$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

Rovnice kontinuity
pro nerstlačitelné
medium = kapalinu

2, stlačitelný

$$Q_{m1} = Q_{m2}$$

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2$$

Rov. kontinuity,
pro stlačitelné
medium = plyn

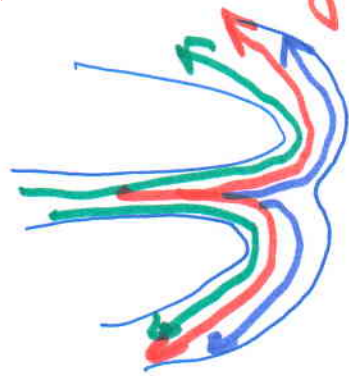
3, Obecný tvar rov. kontinuity

$$\oint \rho v dS = 0$$

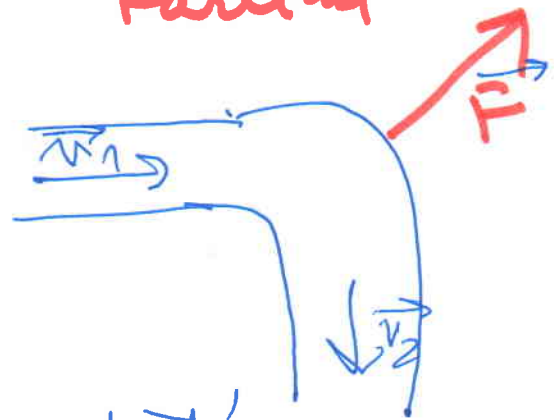


tj. obecný tvar rovnice
kontinuity pro ustálený proudění

43. Věta o hybnosti kapaliny



Peltonova
turbína



Ke změně hybnosti je zapotřebí
účinku vnější síly

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta m (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

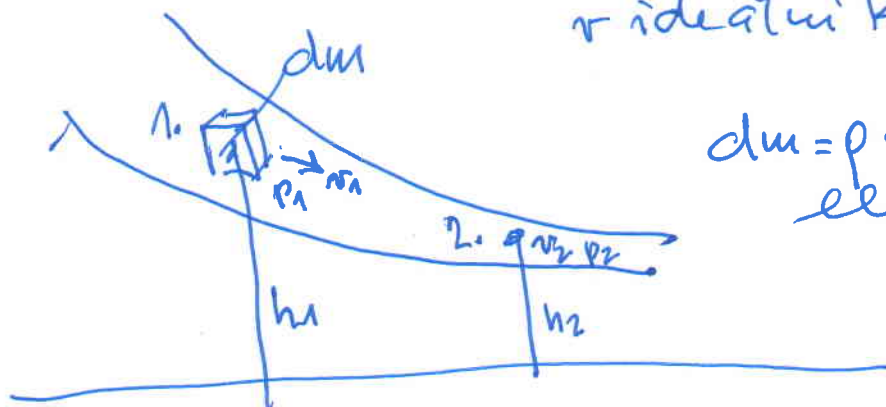
$$\vec{F} = \frac{\Delta m}{\Delta t} (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

$$\boxed{\vec{F} = Q_m (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}$$

Kapalina působí silou $\vec{F}$ na těleso,
které způsobila její změnu hybnosti.
Síla $\vec{F}$ je ~~z~~ závislá hmotnostním
tokem a změně rychlosti.

44. Bernoulliya qanuni, pohyb reálné kapaliny

Bernoulliya qanun = zákon zachování energie
v ideální kapalině



$$dm = \rho dV$$

element kapaliny

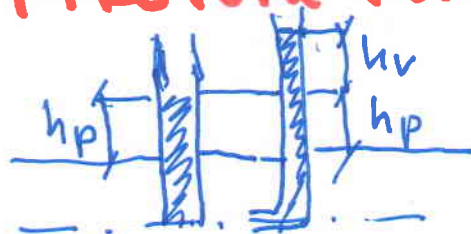
$$dE_K + dE_{P_{\text{tíži}}} + dE_{P_{\text{tlaku}}} = \frac{1}{2} dm v^2 + dmgh + p dv$$

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh + p = \text{konstanta}$$

Bernoulliya q.

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho gh_1 + p_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho gh_2 + p_2$$

Pítloná trubice

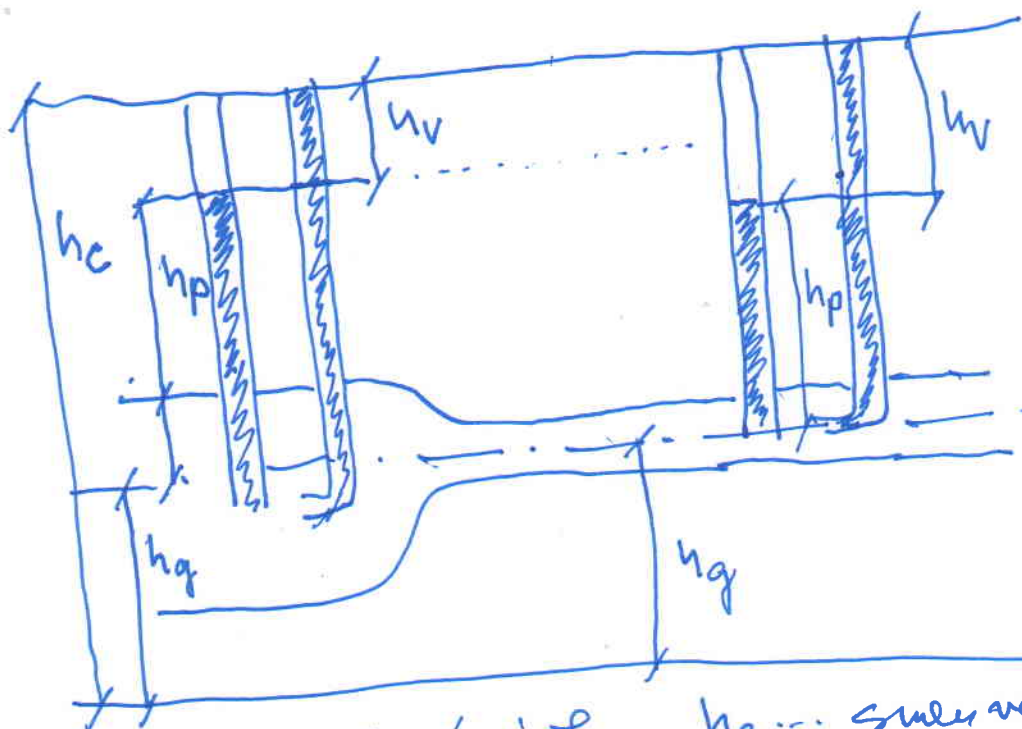


měření rychlosti

$$h_p q = \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

h_p ... tlaková výška
 h_v ... rychlostní výška



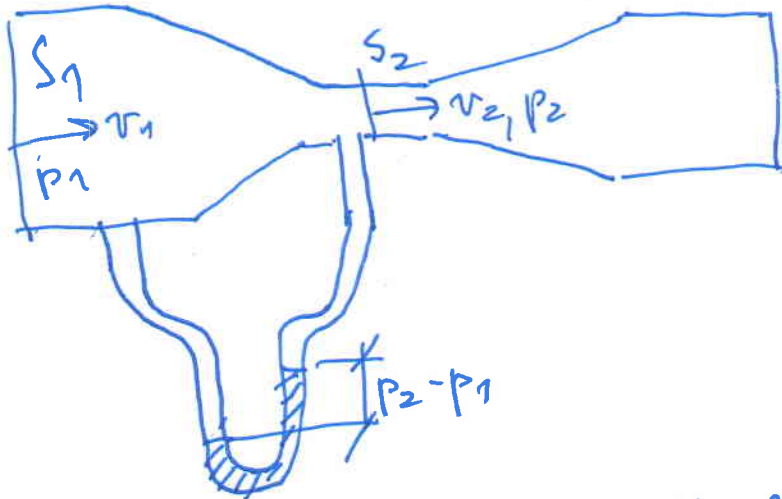
h_c ... celková výška h_g ... statická výška

$$h_c = h_g + h_p + h_v = \text{konstanta}$$

Bernoulliho rovnice výška

Venturiho trubice

měří objemové průtoky



$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad \text{---} \quad v_1 = v_2 \cdot \frac{S_2}{S_1}$$

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 + \cancel{h_1 \rho g} = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2 + \cancel{h_2 \rho g}$$

$h_1 = h_2$

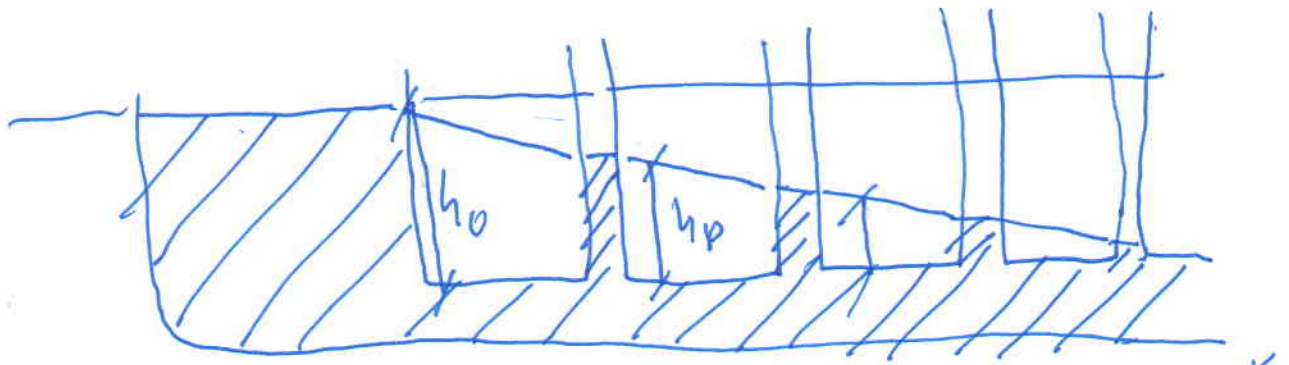
$$\frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 \frac{S_2^2}{S_1^2} + p_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2$$

$$\frac{1}{2} \rho \left(\frac{S_2^2}{S_1^2} - 1 \right) v_2^2 = p_2 - p_1$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{(p_2 - p_1) \cdot 2}{\rho \left(1 - \frac{S_2^2}{S_1^2} \right)}}$$

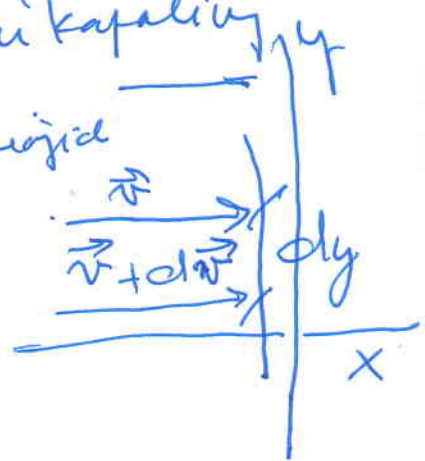
$$\boxed{Q_v = S_2 \cdot v_2} \rightarrow \text{známe průtok}$$

Pohyb reálné kapaliny



z Bernoulliho rovnice by byly vědy výšy + stejné.

Ve skutečnosti nastává problém tlaku
v důsledku vnitřního tření kapaliny
Histogram vybledl: Max. úpevněd
nejmenší úkrojce
u dle $v=0$



Rychlostní gradient $\frac{dv}{dy}$

τ ... lečnicí napětí $\left[\frac{F}{S} = \frac{N}{m^2} \right]$

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}$$

η ... dynamická
viskozita

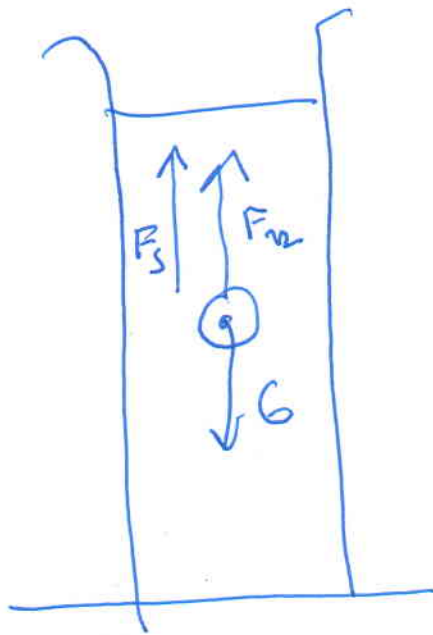
$$\eta = \frac{\tau}{\frac{dv}{dy}} [Pa \cdot s]$$

je měrou
vnitřního
tření

Tēlesā, k-teri sēpohyzi v kapaļine' klade kapaļina pohybu odfor

$$F_{st} = 6\pi\eta r \cdot v$$

Pri kauli' Stokes



Viskozitāte (stokesa)

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Pri kauli' vjellati

$$F_m + F_{st} = G$$

$$V\rho g + 6\pi\eta r \cdot v = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$$