

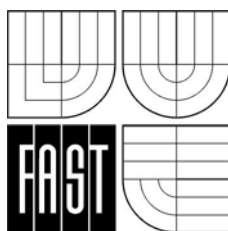
VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA STAVEBNÍ

PAVEL SCHAUER

APLIKOVANÁ FYZIKA

MODUL 2

TERMODYNAMIKA



STUDIJNÍ OPORY
PRO STUDIJNÍ PROGRAMY S KOMBINOVANOU FORMOU STUDIA

Recenzoval: Prof. RNDr. Tomáš Ficker, CSc.

© Pavel Schauer, Brno 2006

OBSAH

1 Úvod.....	5
1.1 Cíle.....	5
1.2 Požadované znalosti.....	5
1.2.1 Fyzika.....	5
1.2.2 Matematika.....	5
1.3 Doba potřebná ke studiu.....	5
1.4 Klíčová slova.....	6
1.5 Přehled použitých symbolů.....	6
2 Vnitřní energie termodynamické soustavy	7
2.1 Vnitřní energie jednoatomového plynu.....	7
2.2 Počet stupňů volnosti molekuly plynu.....	8
2.3 Vnitřní energie víceatomového plynu.....	8
2.4 Vnitřní energie pevných látek.....	9
2.5 Kontrolní otázky.....	9
2.6 Příklady k procvičení.....	10
3 Teplo a práce.....	12
3.1 Teplo.....	12
3.2 Práce plynu.....	13
3.2.1 Práce plynu při izobarickém ději.....	14
3.2.2 Práce plynu při izotermickém ději.....	14
3.3 Kontrolní otázky.....	14
3.4 Příklady k procvičení.....	15
4 První a druhá termodynamická věta.....	16
4.1 První termodynamická věta.....	16
4.2 První termodynamická věta při jednoduchých dějích.....	16
4.2.1 Izotermický děj.....	16
4.2.2 Izochorický děj.....	17
4.3 Druhá termodynamická věta.....	17
4.4 Kontrolní otázky.....	18
4.5 Příklady k procvičení.....	18
5 Tepelná kapacita.....	23
5.1 Měrná tepelná kapacita.....	23
5.2 Molární tepelná kapacita.....	24
5.3 Kalorimetrická rovnice.....	26
5.4 Kontrolní otázky.....	28
5.5 Příklady k procvičení.....	28
6 Děje v izolovaných soustavách a jejich zobecnění.....	31
6.1 Adiabatický děj.....	31
6.2 Polytropický děj.....	32
6.3 Kontrolní otázky.....	33
6.4 Příklady k procvičení.....	34

7 Kruhové děje v plynech	36
7.1 Carnotův cyklus.....	36
7.2 Tepelná čerpadla a chladicí stroje	39
7.3 Entropie kruhových dějů	40
7.4 Kontrolní otázky:.....	42
7.5 Příklady k procvičení.....	43
8 Závěr	47
8.1 Shrnutí	47
8.2 Studijní prameny	47
8.2.1 Seznam použité literatury	47
8.2.2 Seznam doplňkové studijní literatury.....	47
8.2.3 Odkazy na další studijní zdroje a prameny	47

1 Úvod

Teplotní jevy můžeme studovat bez znalosti jejich mikrofyzikální podstaty, tedy bez přihlídnutí k mikrofyzikálnímu pohybu částic. Takováto teorie tepelných jevů se nazývá **termodynamika**. Veličiny, se kterými termodynamika pracuje, jsou teplota, teplo, entropie, vnitřní energie termodynamické soustavy a práce, kterou koná soustava, doplněné o stavové veličiny tlak a objem. Termodynamika sleduje tepelné jevy hlavně z energetického hlediska. Nejdůležitější zákony, o které se termodynamika opírá, jsou **termodynamické věty**. Naše úvahy se budou převážně týkat soustav, které jsou v termodynamicky rovnovážném stavu. Ve velké většině případů půjde o ideální plyn.

1.1 Cíle

Tento studijní text je určen pro posluchače Stavební fakulty Vysokého učení technického v Brně a má sloužit jako jeden ze základních učebních textů pro studium aplikované fyziky. Cílem je vybudování spolehlivého základu vědomostí, jež umožní budoucímu stavebnímu inženýrovi zvládat technické problémy v aplikační oblasti. Studijní text navazuje na moduly základní řady fyzikálních studijních opor a je součástí série modulů Aplikovaná fyzika, které spolu jako jeden celek tvoří úplnou studijní literaturu z oblasti termiky, záření a akustiky.



Tento druhý modul, Termodynamika, je rozdělen do 6 kapitol. Cílem je popsat základní definice a zákony a rozšířit tyto poznatky o znalosti pro použití v technické praxi.

Výklad je průběžně doplněn kontrolními otázkami, deseti řešenými příklady, pěti neřešenými příklady a aplikacemi vyskytujícími se v technické praxi.

1.2 Požadované znalosti

1.2.1 Fyzika

Veličiny a jednotky, fyzikální rovnice, mechanika, hydromechanika, kmity, vlnění, stavové veličiny termodynamických soustav.



1.2.2 Matematika

Vektory, derivace, určitý a neurčitý integrál.

1.3 Doba potřebná ke studiu

10 hodin





1.4 Klíčová slova

Vnitřní energie, teplo, práce, termodynamická věta, tepelná kapacita, kalorimetrická rovnice, adiabatický děj, polytropický děj, kruhové děje v plynech, Carnotův cyklus, tepelná čerpadla, chladící stroje, entropie.



1.5 Přehled použitých symbolů

γ	Poissonova konstanta
ε	účinnost chlazení
η	tepelná účinnost
ρ	hustota
θ	Debyeova charakteristická teplota
c, c_p, c_V	měrná tepelná kapacita, měrná tepelná kapacita při konstantním tlaku, měrná tepelná kapacita při konstantním objemu
C, C_p, C_V	molární tepelná kapacita, molární tepelná kapacita při konstantním tlaku, molární tepelná kapacita při konstantním objemu
E, E_k, E_p	energie, kinetická energie, potenciální energie
F	síla
i	počet stupňů volnosti
k	Boltzmannova konstanta, $k=1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$
K	tepelná kapacita
m, M	hmotnost, molární hmotnost
n	látkové množství, koncentrace částic $n = \frac{N}{V}$, exponent
N, N_A	celkový počet částic, Avogadrova konstanta $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
p	hybnost, tlak
r	poloměr, vzdálenost
R	molární plynová konstanta $R=8,314 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$, elektrický odpor
S	entropie, plocha, průřez
t	čas, teplota (ve °C)
T	termodynamická teplota (v K)
U, U_c, U_m	vnitřní energie látky, vnitřní energie jedné částice (molekuly), vnitřní energie jednoho molu
v, v_{sk}	rychlost, střední kvadratická rychlost
Q	teplo
V	objem
W	práce

2 Vnitřní energie termodynamické soustavy

Vnitřní energie termodynamické soustavy je energie všech molekul nebo atomů (mikročásteček), ze kterých se skládá termodynamická soustava.



Mikročástečky, ze kterých se skládají kapaliny a plyny se pohybují náhodným neuspořádaným pohybem, mikročástice v pevných látkách se mohou pohybovat i uspořádaným pohybem, například kmitavým nebo rotačním. V mikroskopickém měřítku se mikročástice pohybují velikou rychlostí desítek metrů za sekundu i rychleji.

2.1 Vnitřní energie jednoatomového plynu

Součet všech forem energie všech molekul plynu je **vnitřní energie plynu**. Je to stavová veličina.



V případě ideálního plynu, u něhož zanedbáváme vzájemné silové působení molekul a molekuly pokládáme za pružné kuličky, se setkáváme jen s kinetickou energií molekul. Jednoatomové plyny (Ar, Ne, He a pod.) jsou za normálních podmínek svými vlastnostmi velmi blízké ideálnímu plynu. V případě jednoatomového plynu je vnitřní energie plynu dána pouze translační kinetickou energií molekul.



Zjistíme ji pomocí střední kvadratické rychlosti v_{sk} molekul plynu. Střední translační kinetická energie jedné molekuly (částice) plynu bude

$$U_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_{sk}^2, \quad (1)$$

kde předpokládáme, že střední kinetická energie jedné molekuly odpovídá kinetické energii molekuly se střední kvadratickou rychlostí. S využitím vztahu

$v_{sk} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$ pro střední kvadratickou rychlost (viz modul 1, Stavové veličiny termodynamických soustav) dostaneme rovnici pro vnitřní energii jedné molekuly plynu

$$U_c = \frac{3}{2} k T. \quad (2)$$

Pro jeden mol plynu vynásobíme rovnici (2) počtem molekul v jednom molu plynu, tedy Avogadrovou konstantou N_A . Dostaneme vnitřní energii jednoho molu ideálního plynu

$$U_m = \frac{3}{2} R T. \quad (3)$$

kde R je molární plynová konstanta.

Translační pohyb je pohyb, při kterém všechny body tělesa konají pohyb po stejných, pouze navzájem posunutých, trajektoriích.

2.2 Počet stupňů volnosti molekuly plynu

Víceatomovým plynům, jejichž molekuly sestávají ze dvou a více atomů, rovnice (2) a (3) nevyhovují. Je to tím, že u těchto plynů nemůžeme zanedbat příspěvek rotačního pohybu molekul, případně kmitavého pohybu atomů uvnitř molekul. Nestačí tedy počítat pouze s translační kinetickou energií molekuly. Kdybychom problém řešili tak, že výsledek zjistíme ze vztahů pro všechny formy energie, které se uplatňují, bylo by řešení příliš komplikované. Jednodušeji je možné využít stupňů volnosti molekul plynu. **Počet stupňů volnosti** mechanické soustavy hmotných bodů byl popsán v mechanice. Charakterizuje možné druhy pohybů této soustavy.



Hmotný bod, který se pohybuje volně v prostoru, má tři stupně volnosti. Proto také **jednoatomové molekuly**, které tvoří plyn, **mají tři stupně volnosti**.



Dvoatomová molekula reprezentuje jakousi činku. V mechanice jsme zjistili, že dva body, jejichž vzájemná vzdálenost je konstantní, mají pět stupňů volnosti. Proto i **tuhá dvoatomová molekula má pět stupňů volnosti**.



V případě, že dvoatomové molekuly plynu nejsou absolutně tuhé (může-li se měnit vzájemná vzdálenost atomů tvořících molekulu - např. v důsledku kmitavého pohybu ve směru spojnice atomů), musíme odstranit jednu vazební podmínku a připočítat jeden stupeň volnosti. **Dvoatomová molekula s kmitajícími atomy má tedy šest stupňů volnosti**.



U tříatomové nebo víceatomové tuhé molekuly je její počet stupňů volnosti určen stejně jako u tuhého tělesa, jehož stupně volnosti jsou určeny třemi body, které neleží na jedné přímce. U tuhého tělesa jsme v mechanice zjistili šest stupňů volnosti. Proto také **tříatomové (nebo víceatomové) tuhé molekuly plynu mají šest stupňů volnosti**.

2.3 Vnitřní energie víceatomového plynu

Vztahy (2) a (3), odvozené pro ideální plyn tvořený jednoatomovými molekulami, jsou v souladu s předešlým výkladem platné pro molekuly se třemi stupni volnosti. Ke zjištění energie pro molekuly s více stupni volnosti použijeme **ekvipartiční teorém**.

Ekvipartiční teorém říká, že na jeden stupeň volnosti molekuly připadá stejná energie. Podíváme-li se na vztah (2) zjistíme, že na jeden stupeň volnosti připadá energie $\varepsilon = \frac{1}{2} kT$.



Na základě ekvipartičního teorému, je-li i počet stupňů volnosti molekul plynu, spočteme energii molekuly jako $U_c = i\varepsilon$, tedy

$$U_c = \frac{i}{2} k T. \quad (4)$$

Podobně, energii jednoho molu plynu dostaneme jako

$$U_m = \frac{i}{2} R T. \quad (5)$$

Výklad vnitřní energie, který jsme uvedli, neplatí dobře pro všechny teploty plynu. Jak ukazují experimenty, nesrovnalosti jsou tím větší, čím vyšší je počet stupňů volnosti molekul plynu. Například, zatímco u jednoatomových plynů uvedená teorie platí při pokojové teplotě velmi dobře, u dvojatomových plynů už platí jen přibližně a u tříatomových plynů jsou značné rozdíly mezi teorií a experimentem i při pokojových teplotách.

2.4 Vnitřní energie pevných látek

S určitým přizpůsobením a omezením můžeme pomocí uvedených představ stanovit vnitřní energii v pevných látkách, u nichž jsou atomy a molekuly

pevná látka	$\theta / ^\circ\text{C}$
diamant	2000
stříbro	210
hliník	400
olovo	90

tab. 2.1 Debyeovy charakteristické teploty

vázány silami vzájemného působení, které omezují jejich pohyb jen na kmitavý pohyb kolem jejich rovnovážných poloh. Tyto kmity se mohou uskutečňovat ve třech směrech. Energie těchto kmitů je pak vnitřní energie látky, která i zde souvisí s teplotou látky. Dokonalou teorii vnitřní energie pevných látek je možné podat jen pomocí představ kvantové fyziky. Zde pouze uvedme, že vztahy (4) a (5) platí v pevných látkách při dostatečně vysokých teplotách, uvažujeme-li pro kmitající částice

šest stupňů volnosti. Pro teplotu musí být splněna podmínka $T > \theta$, kde θ je **Debyeova charakteristická teplota**. Zjistíme ji podle vztahu $\theta = (hf) / k$, kde h je Planckova konstanta, k je Boltzmannova konstanta a f je frekvence kmitů částic. Debyeovy charakteristické teploty θ pro diamant, stříbro, hliník a olovo jsou uvedeny v tab. 2.1.

2.5 Kontrolní otázky



- (1) Co je to vnitřní energie plynu?
- (2) Započítává se kinetická energie soustavy (jako pohybujícího se celku) do její vnitřní energie?

- (3) *V jakém poměru jsou vnitřní energie soustavy pro jeden mol plynu a pro jednu molekulu?*
- (4) *Jak souvisí teplota se střední kinetickou energií částice ideálního plynu?*
- (5) *Vyslovte ekvipartiční teorém.*
- (6) *Co představuje výraz kT ?*
- (7) *Vysvětlete, proč má trojatomová tuhá molekula plynu šest stupňů volnosti.*
- (8) *Co je to Debyeova charakteristická teplota?*

2.6 Příklady k procvičení



Řešený příklad 2.1

Vypočítejte, jak se změní střední hodnota kinetické energie molekuly argonu, jehož hmotnost je 200 g, jestliže mu při zachování stálého objemu dodáme 3516 J tepla.



Řešení:

Změnu střední hodnoty kinetické energie molekuly jednoatomového argonu se třemi stupni volnosti jeho molekuly určíme z rovnice (2), kterou napíšeme ve tvaru přírůstku $\Delta U_c = \frac{3}{2} k \Delta T$. Pokud plyn nemění svůj objem, nekoná mechanickou práci, a proto se celé dodané teplo využije ke zvýšení vnitřní energie plynu v souladu s rovnicí $Q = \Delta U$. Pro vnitřní energii argonu platí vztah (3), který je platný pro jeden mol plynu, tedy pro obecné množství

$$Q = \Delta U = n \frac{3}{2} R \Delta T = \frac{3m R \Delta T}{2M},$$

kam jsme dosadili molární množství plynu ve tvaru $n = \frac{m}{M}$. Odtud změna teploty

$$\Delta T = \frac{2 Q M}{3 m R}.$$

Dosazením tohoto přírůstku teploty do rovnice pro změnu střední hodnoty kinetické energie molekuly argonu bude

$$\Delta U_c = \frac{3}{2} k \Delta T = \frac{3}{2} k \frac{2 Q M}{3 m R} = \frac{Q M}{m N_A}$$

$$\Delta U_c = \frac{3516 \text{ J} \cdot 0,04 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}}{0,2 \text{ kg} \cdot 6,03 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}} = 116 \cdot 10^{-23} \text{ J},$$

kde jsem využili relaci $N_A = \frac{R}{k}$.

Řešený příklad 2.2

V nádobě objemu 10 l se nachází $7 \cdot 10^{23}$ stejných jednoatomových molekul plynu. Střední kinetická energie jedné molekuly je $6,83 \cdot 10^{-21}$ J. Určete: a) vnitřní energii plynu, b) teplotu plynu, c) tlak plynu, d) tlak a teplotu plynu při dvojnásobném objemu nádoby.



Řešení:



a) Molekula jednoatomového plynu má tři stupně volnosti a jeho vnitřní energie je součtem kinetických energií jednotlivých molekul. Proto bude vnitřní energie plynu součin počtu molekul a kinetické energie jedné molekuly,

$$U = N U_c = 7 \cdot 10^{23} \cdot 6,83 \cdot 10^{-21} \text{ J} = 4,78 \cdot 10^3 \text{ J} = 4,78 \text{ kJ}.$$

b) Teplotu plynu určíme z rovnice pro kinetickou energii jedné molekuly plynu (2) $U_c = \frac{3}{2} k T$. Odtud

$$T = \frac{2 U_c}{3 k} = \frac{2 \cdot 6,83 \cdot 10^{-21} \text{ J}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}} = 330 \text{ K} = 57 \text{ }^\circ\text{C}.$$

c) Z rovnice pro výpočet vnitřní energie jednoho molu plynu (3), kterou vyjádříme pro obecné množství plynu $U = \frac{3}{2} n R T$, vyjádříme součin

$$n R = \frac{2 U}{3 T}$$

a dosadíme jej do stavové rovnice

$$p V = n R T = \frac{2 U}{3 T} T = \frac{2}{3} U.$$

Odsud tlak plynu

$$p = \frac{2 U}{3 V} = \frac{2 \cdot 4,78 \cdot 10^3 \text{ J}}{3 \cdot 0,01 \text{ m}^3} = 319 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 319 \text{ kPa}.$$

d) Jak jsme určili v části b) tohoto příkladu, výpočet teploty je nezávislý na objemu plynu, a proto $T_1 = T_2$. Pokud jde o tlak, ten je určen rovnicí v části c), tedy pro dvojnásobný objem plynu

$$p_2 = \frac{2 U}{3(2V)} = \frac{2 U}{3V} = \frac{p_1}{2} = \frac{319 \text{ kPa}}{2} = 159,5 \text{ kPa}.$$

Neřešený příklad 2.3

Kolik molekul je v nádobě tvaru koule o poloměru 3 cm naplněné kyslíkem, když jeho teplota je $27 \text{ }^\circ\text{C}$ a tlak $1,33 \cdot 10^{-2} \text{ Pa}$? [$3,63 \cdot 10^{14}$ molekul]

**Neřešený příklad 2.4**

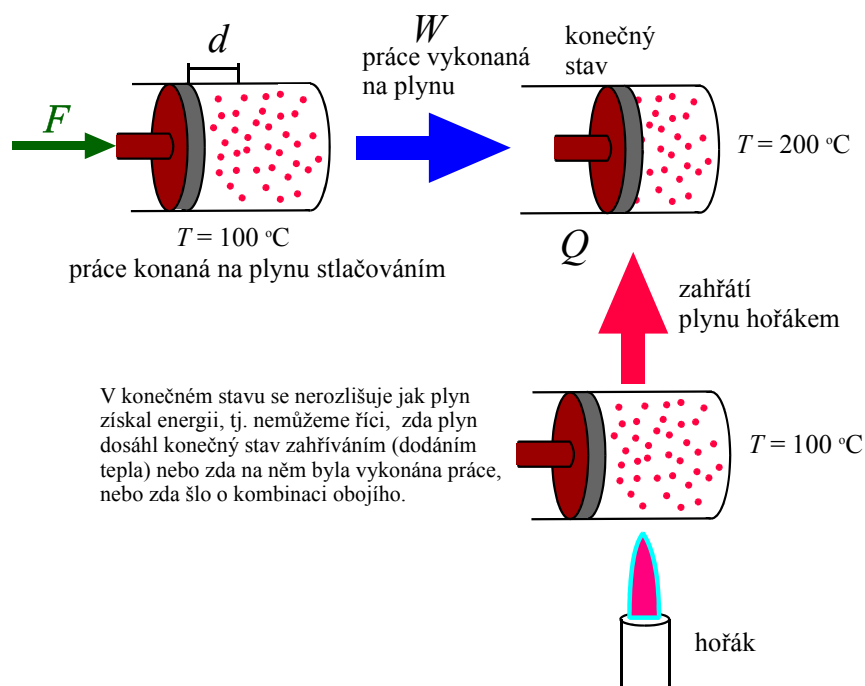
S využitím představ kinetické teorie plynů vypočítejte vnitřní energii jednoho molu a) jednoatomového, b) dvojatomového plynu, jehož tlak je 80 kPa a objem 120 l. [a) 14,4 kJ, b) 24 kJ]



3 Teplo a práce

Energie, kterou předává látka s vyšší teplotou látce s nižší teplotou je **teplo**. Látka neobsahuje teplo, mikroskopická energie, kterou látka obsahuje, je **vnitřní energie**.

Předávání energie ve formě tepla není jediná možnost jak odebrat nebo dodat látce energii. Látka může energii ztrácet, když vykonává **práci** a získávat, pokud práci konají vnější síly ve prospěch látky (například síla působící na píst stlačuje plyn).



obr. 3.1 Příklad dokumentující předávání energie termodynamické soustavě ve formě tepla a práce

3.1 Teplo



Energie, kterou si látky předávají prostřednictvím srážek pohybujících se molekul, je **teplo** Q .

O teplu hovoříme jen při předávání energie výše popsáním způsobem. Výrok „látka obsahuje teplo“ **je nesprávný**. Látka může obsahovat vnitřní energii, ale ne teplo. **Jednotkou tepla je J (joule)**.

Jestliže teplota první látky klesla při předání tepla z T_1 na T_2 a vnitřní energie z U_1 na U_2 , můžeme psát $U_1 - U_2 = \Delta U$ a zároveň

$$\Delta U = -Q = Q' < 0, \quad (6)$$

kde Q je teplo odevzdané první látkou a Q' je teplo přijaté druhou látkou.

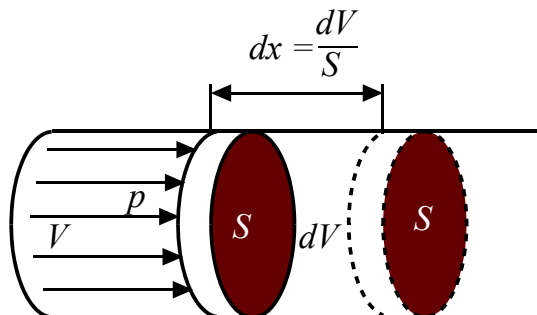


Mezinárodní dohodou je stanoveno, že **teplo přijaté látkou je kladné** (zde $Q' > 0$) a **teplo odevzdané látkou je záporné** (zde $Q < 0$).

3.2 Práce plynu

Z mechaniky víme, že pokud působí síla na těleso a těleso posune o určitou dráhu, pak tato síla koná mechanickou práci. Podobně může plyn svým tlakem působit na své okolí (například na píst ve válci) a konat mechanickou práci.

K čemu dochází? Plyn na úkor své vnitřní energie nebo s využitím dodaného tepla koná **mechanickou práci**. Nedodáváme-li mu teplo, ochlazuje se. Dokážeme, že má-li plyn konat mechanickou práci, musí zvětšovat svůj objem.



obr. 3.2 K odvození práce plynu

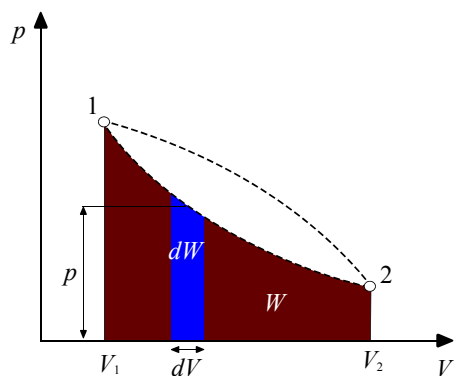
Předpokládejme, že plyn působí svým tlakem p na píst ve válci, který posouvá a tím koná práci (viz obr. 3.2). Posune-li plyn píst o dráhu dx , vykoná práci

$$dW = F dx = p S dx = p dV, \quad (7)$$

kde S je plocha pístu, a proto $dV = S dx$ je změna objemu plynu v důsledku posuvu pístu. Celková práce, kterou plyn vykoná posune-li píst tak, že objem plynu se zvýší z hodnoty V_1 na hodnotu V_2 bude

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (8)$$

Rovnice (8) prokazuje, že **plyn koná kladnou práci při zvětšování svého objemu**, kdy $dV > 0$. Tehdy hovoříme o **expanzi** plynu. Dochází-li ke zmenšování objemu plynu ($dV < 0$), jde o **kompresi** a v tom případě konají práci **vnější síly**, které plyn stlačují. Je-li objem plynu konstantní, je $dV = 0$ a plyn žádnou mechanickou práci nekoná. **Při izochorickém ději** ($V = konst$) tedy **plyn práci nekoná**.



obr. 3.3 Práce plynu v p - V diagramu

Práci plynu popsanou rovnicí (8) si můžeme vyjádřit graficky v p - V diagramu, jak ukazuje obr. 3.3. Elementární práce $dW = p dV$ je dána velikostí plochy o stranách p , dV . Tato práce je na obr. 3.3 zobrazena modrou plochou. Celkovou práci W při expanzi plynu z objemu V_1 na objem V_2 získáme integrací. Tato práce je na obr. 3.3 znázorněna hnědou plochou.

3.2.1 Práce plynu při izobarickém ději

Izobarický děj: Při konstantním tlaku plynu ($p = konst$), zjistíme práci plynu z rovnice (8). Dostaneme $W = p \int_{V_1}^{V_2} dV$ a po úpravě

$$W = p (V_2 - V_1) \quad (9)$$

Při izobarické stavové změně je práce, kterou koná plyn, úměrná změně jeho objemu $\Delta V = V_2 - V_1$.

3.2.2 Práce plynu při izotermickém ději

Izotermický děj: Je-li teplota plynu konstantní, zjistíme práci plynu dosazením stavové rovnice do rovnice (8). Dostaneme

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV \quad (10)$$

a po provedené integraci bude

$$W = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} . \quad (11)$$

Při izotermické stavové změně je práce, kterou koná plyn, úměrná přirozenému logaritmu poměru konečného a počátečního objemu plynu.

O práci nebo o teple má smysl hovořit jen tehdy, nastává-li interakce soustavy s okolím. U izolovaných soustav jsou teplo a práce vždy nulové. Ani práce, ani teplo tedy nepopisují stav soustavy, nejsou to tedy stavové veličiny.



3.3 Kontrolní otázky

- (1) *Co je to teplo?*
- (2) *Jak se mění teplota plynu, který koná mechanickou práci a kterému nedodáváme teplo?*
- (3) *Čemu je rovna mechanická práce, kterou soustava koná tím, že se rozpíná?*
- (4) *Co je to komprese? Koná při kompresi práci plyn nebo vnější síly?*
- (5) *Jakou práci plyn koná, nedojde-li ke změně jeho objemu?*
- (6) *Plyn zvětšil svůj objem z V_1 na V_2 a) izobaricky, b) izotermicky. Při kterém ději vykonal větší práci? [Řešte numericky i graficky.]*
- (7) *Jaký tvar má plocha reprezentující práci v p - V diagramu při izobarickém ději?*

3.4 Příklady k procvičení

Řešený příklad 3.1

Při expanzi 5 kg dusíku při konstantní teplotě 140 °C plyn vykonal práci 720 kJ. Počáteční tlak je 920 kPa. Určete: a) počáteční objem plynu, b) konečný objem plynu, c) konečný tlak, d) teplo, které bylo dodáno při expanzi. Molární hmotnost molekuly dusíku je 28 g.mol⁻¹.



Řešení:



a) Počáteční objem plynu určíme ze stavové rovnice

$$V_0 = \frac{n R T}{p_0} = \frac{m R T}{M p_0} = \frac{5 \text{ kg} \cdot 8,314 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot 413 \text{ K}}{28 \cdot 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1} \cdot 920 \cdot 10^3 \text{ Pa}} = 666 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 666 \text{ l}.$$

b) Pro výpočet konečného objemu plynu použijeme rovnici (16) pro práci plynu při konstantní teplotě

$$W = n R T \ln \frac{V}{V_0} = \frac{m}{M} R T \ln \frac{V}{V_0},$$

ze které vyjádříme nejdříve přirozený logaritmus poměru objemů

$$\ln \frac{V}{V_0} = \frac{M W}{m R T},$$

a z něj hledaný konečný objem plynu

$$V = V_0 \exp\left(\frac{M W}{m R T}\right) = 0,666 \text{ m}^3 \cdot \exp\left(\frac{0,028 \text{ kg.mol}^{-1} \cdot 720 \cdot 10^3 \text{ J}}{5 \text{ kg} \cdot 8,314 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot 413 \text{ K}}\right) = 2,16 \text{ m}^3.$$

c) Konečný tlak určíme opět ze stavové rovnice

$$p = \frac{m R T}{M V} = \frac{5 \text{ kg} \cdot 8,314 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot 413 \text{ K}}{0,028 \text{ kg.mol}^{-1} \cdot 2,16 \text{ m}^3} = 398 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 398 \text{ kPa}.$$

d) Vzhledem ke stálé teplotě je teplo, které vzniklo při stlačení, rovno práci, kterou vykonal vnější síly

$$Q = W = 720 \text{ kJ}.$$

4 První a druhá termodynamická věta

4.1 První termodynamická věta

Jak jsme ukázali v úvodu části 3 a zobrazili na obr. 3.1, příjem energie termodynamickou soustavou se může uskutečňovat dvojím způsobem:

- vnější síly konají mechanickou práci ve prospěch soustavy,
- soustava přijímá teplo.

Proto je přírůstek vnitřní energie soustavy dán součtem

$$dU = dQ + (-dW), \quad (12)$$

kde znaménko u druhého členu zdůrazňuje, že práci nekoná soustava, ale vnější prostředí. Úpravou, s využitím rovnice (7) pro elementární práci plynu dostaneme

$$dQ = dU + p dV. \quad (13)$$



Rovnice (13) vyjadřuje **první termodynamickou větu**. Říká, že přijaté teplo dQ je využito ke zvýšení vnitřní energie látky dU a práci $dW = p dV$ vykonanou plynem. První termodynamická věta vyjadřuje zákon **zachování energie pro termodynamické soustavy**. Mimo jiné říká, že u izolovaných termodynamických soustav (kdy $dQ = 0$, $dW = 0$) se nemůže měnit vnitřní energie soustavy. **Vnitřní energie izolovaných soustav je konstantní.**

Formulaci první termodynamické věty můžeme zjednodušit pro děje při konstantní teplotě nebo konstantním objemu plynu.

4.2 První termodynamická věta při jednoduchých dějích

4.2.1 Izotermický děj

Pro **izotermický** děj je $T = konst$ nebo-li $dT = 0$. o derivaci rovnice (5) podle teploty je

$$\frac{dU}{dT} = \frac{i}{2} R \quad (14)$$

a úpravou

$$dU = \frac{i}{2} R dT = 0, \quad (15)$$

kde i je počet stupňů volnosti molekul plynu.

Pro izotermický děj je změna vnitřní energie soustavy nulová.



První termodynamická věta pro **izotermický** děj pak bude mít tvar $dQ = p dV$ a při větší změně objemu plynu, s přihlédnutím k rovnici (11),

$$Q = W = n R T \ln \frac{V_2}{V_1}, \quad (16)$$

kde Q je teplo, které musíme dodat plynu při izotermickém ději, má-li se jeho objem zvětšit z hodnoty V_1 na hodnotu V_2 . **Při izotermickém ději může plyn konat práci jen na úkor tepla dodaného plynu.**

4.2.2 Izochorický děj

Pro **izochorický** děj je $V = konst$, tedy $dV = 0$, a tím i $dW = p dV = 0$ První termodynamická věta pak přejde na tvar

$$dU = dQ, \quad (17)$$

Při izochorickém ději se může měnit vnitřní energie soustavy jen v důsledku výměny tepla s okolím.



4.3 Druhá termodynamická věta

První termodynamická věta říká, že libovolné množství tepla dodané látce můžeme proměnit na práci a naopak libovolné množství práce na teplo. Zkušenost však říká, že zatímco druhou transformaci můžeme provést bez omezení (mechanickou práci můžeme převést na teplo např. zabrzděním, tedy třením), opačnou přeměnu nelze provádět v plném rozsahu, protože má značné omezující podmínky. Kinetická energie střely, která uvázne v terči, se celá přemění na teplo. Avšak opačný děj se již nikdy nemůže realizovat. Uvolněné teplo se nikdy nepřemění zpět na kinetickou energii střely.

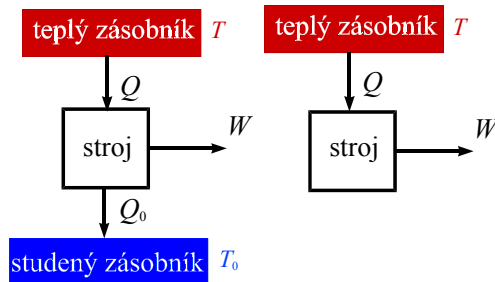
Podobné jevy pozorujeme v přírodě velmi často. Tyto vlastnosti termodynamických soustav vyjadřuje **druhá termodynamická věta**, která má několik formulací:

Clausiusova formulace druhé termodynamické věty: Je nemožné sestrojít stroj, který pracuje v cyklu a neprovádí nic jiného než přenáší teplo ze studenějšího prostředí do teplejšího.



Planckova formulace: Nemůžeme sestrojít stroj, který by trvale odebíral ze zásobníku teplo a přeměňoval jej na mechanickou práci.

Uvedené formulace druhé termodynamické věty jsou ekvivalentní. Tepelný stroj v Planckově pojetí (obr. 4.1 vpravo) nazývaný **perpetum mobile 2. druhu**, které nemůže fungovat, protože odebíráním tepla ze zásobníku se zásobník ochlazuje a přijde doba kdy se jeho teplota vyrovná s teplotou okolí stroje a další teplo ze zásobníku se již podle Clausiusovy formulace neodebere. Je-li tedy správná Clausiusova formulace, je správná i Planckova a naopak.



Tepelný stroj možný Tepelný stroj nemožný

obr. 4.1 Možný a nemožný tepelný stroj. Druhý stroj nevyhovuje 2. termodynamickému zákonu

Možnou a nemožnou variantu tepelného stroje ukazuje obr. 4.1. Druhá termodynamická věta netvrdí, že není možné teplo přeměňovat na práci, avšak klade určitá omezení. U tepelného stroje pracujícího cyklicky (viz kapitola 7 Kruhové děje v plynech) je třeba dvou tepelných zásobníků o teplotách $T > T_0$.



4.4 Kontrolní otázky

- (1) Je obecně správné (dostačující) definovat vnitřní energii látky součtem kinetické a potenciální energie částic?
- (2) Je vnitřní energie termodynamické soustavy stavová veličina?
- (3) Formulujte zákon zachování energie pro termodynamické soustavy.
- (4) Co vyjadřuje první termodynamická věta?
- (5) Při které stavové změně se veškeré přivedené teplo mění na mechanickou práci?
- (6) Může se u izolovaných soustav při izobarických dějích měnit vnitřní energie soustavy?
- (7) Při které stavové změně se mechanická práce nekoná?
- (8) Závisí při izotermické změně velikost práce, kterou vykonal plyn, na teplotě, při které se plyn rozpíná?
- (9) Formulujte druhou termodynamickou větu.
- (10) Co je to perpetuum mobile 2. druhu?

4.5 Příklady k procvičení



Řešený příklad 4.1

Jakou práci vykoná vzduch o objemu 525 litrů, zahřejeme-li jej při stálém tlaku 125 kPa z teploty 20 °C na teplotu 145 °C? Vypočtete rovněž změnu vnitřní energie a dodané teplo.



Řešení:

Nejdříve určíme konečný objem plynu pomocí Gay-Lussacova zákona

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V}{T},$$

$$V = V_0 \frac{T}{T_0} = 0,525 \text{ m}^3 \cdot \frac{418 \text{ K}}{293 \text{ K}} = 0,749 \text{ m}^3 .$$

Při izobarickém ději plyn koná práci v souladu s rovnicí (9)

$$W = p (V - V_0) = 125 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot (0,749 \text{ m}^3 - 0,525 \text{ m}^3) = 28 \text{ kJ} .$$

Zohledněním skutečnosti, že molekula vzduchu má pět stupňů volnosti, určíme změnu vnitřní energie vzduchu z rovnice (5)

$$\Delta U = \frac{5}{2} n R (T - T_0) = \frac{5 p_0 V_0}{2 T_0} (T - T_0) ,$$

kam jsme za součin nR dosadili ze stavové rovnice $n R = \frac{p_0 V_0}{T_0}$. Po dosazení hodnot

$$\Delta U = \frac{5 \cdot 125 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot 0,525 \text{ m}^3}{2 \cdot 293 \text{ K}} \cdot (418 \text{ K} - 293 \text{ K}) = 70 \cdot 10^3 \text{ J} = 70 \text{ kJ} .$$

Dodané teplo určíme z první termodynamické věty

$$Q = \Delta U + W = 70 \text{ kJ} + 28 \text{ kJ} = 98 \text{ kJ} .$$

Řešený příklad 4.2

Vzduch má v počátečním stavu objem 100 litrů, tlak 908 kPa a teplotu 200 °C. Izotermicky expanduje na konečný objem 362 litrů. Určete: a) kolik tepla při tom přijme, b) konečný tlak, c) vykonanou práci.



Řešení:

a) Nemění-li plyn svoji teplotu, lze první termodynamickou větu psát ve tvaru $Q = W$ a přijaté teplo počítat podle rovnice (16)



$$Q = W = n R T \ln \frac{V}{V_0} = p_0 V_0 \ln \frac{V}{V_0}$$

$$Q = 908 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot 0,1 \text{ m}^3 \cdot \ln \frac{0,362 \text{ m}^3}{0,1 \text{ m}^3} = 117 \cdot 10^3 \text{ J} = 117 \text{ kJ} ,$$

kde jsme využili stavovou rovnici $p_0 V_0 = nRT$.

b) Konečný tlak plynu určíme pomocí Boylova-Mariottova zákona $p_0 V_0 = pV$ a odtud

$$p = \frac{p_0 V_0}{V} = \frac{908 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot 0,1 \text{ m}^3}{0,362 \text{ m}^3} = 2,51 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 251 \text{ kPa} .$$

c) Vykonaná práce je podle a) rovna přijatému teplu, tedy

$$W = Q = 117 \text{ kJ} .$$

Řešený příklad 4.3

Ve válci s pístem je 40 g vodíku teploty 17 °C pod tlakem 300 kPa. Ke stlačení pístem na polovinu původního objemu jsme vynaložili práci 100 kJ



a současně jsme vodíku odebrali 49,5 kJ tepla. Jakou měl vodík teplotu a tlak po stlačení?



Řešení:

Pro vodík platí první termodynamický zákon $Q = W + \Delta U$, přičemž změnu vnitřní energie vodíku můžeme vyjádřit rovnicí $\Delta U = \frac{5}{2} n R (T - T_0)$, kde T je konečná a T_0 počáteční teplota plynu a pro vodík, který je dvojatomový plyn, jsme dosadili počet stupňů volnosti $i = 5$. Dosazením do výchozí rovnice, s využitím $n = \frac{m}{M}$, dostaneme rovnici

$$Q = W + \frac{5 m R (T - T_0)}{2 M}$$

a její úpravou

$$T = \frac{2 M (Q - W)}{5 m R} + T_0.$$

Při dosazování hodnot musíme respektovat znaménka tepla a práce. Vzhledem k tomu, že teplo nedodáváme, ale odebíráme a vzhledem k tomu, že práci nekoná plyn, ale vnější síly, budou obě znaménka (tepla i práce) záporná. Po dosazení zadaných hodnot dostaneme

$$T = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot (-49,5 \cdot 10^3 \text{ J} - (-100 \cdot 10^3 \text{ J}))}{5 \cdot 40 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}} + 290 \text{ K}$$

$$T = 411,5 \text{ K} = 138,5 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Tlak vodíku po stlačení určíme ze stavové rovnice porovnáním počátečního a konečného stavu plynu,

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p V}{T} = \frac{p \frac{V_0}{2}}{T} = \frac{p V_0}{2 T}$$

a odtud

$$p = \frac{2 p_0 V_0 T}{T_0 V_0} = 2 p_0 \frac{T}{T_0} = 2 \cdot 300 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot \frac{411,5 \text{ K}}{290 \text{ K}} = 851 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 851 \text{ kPa}.$$



Řešený příklad 4.4

Láhev o objemu 1,5 l byla naplněna dusíkem teploty 22 °C na tlak 0,1 MPa. Vlivem změněných vnějších podmínek se dusík v láhvi zahřál na teplotu 70 °C. Vypočítejte a) tlak dusíku v nádobě po zahřátí, b) teplo, které bylo potřebné na zahřátí dusíku víte-li, že molekula dusíku má 5 stupňů volnosti.



Řešení:

a) Porovnáme stav dusíku pro teplotu $T_0 = 22 \text{ }^\circ\text{C} = 295 \text{ K}$ a tlak $p_0 = 0,1 \text{ MPa} = 10^5 \text{ Pa}$ se stavem dusíku pro teplotu $T_1 = 70 \text{ }^\circ\text{C} = 343 \text{ K}$ a tlak p_1

$$V_0 = V_1, \quad \frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_1 V_0}{T_1}$$

a odsud vypočítáme neznámý tlak

$$p_1 = p_0 \frac{T_1}{T_0} = 10^5 \text{ Pa} \cdot \frac{343 \text{ K}}{295 \text{ K}} = 1,16 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 116 \text{ kPa}.$$

b) Při konstantním objemu plyn nekoná mechanickou práci, a proto je dodané teplo rovno zvýšení vnitřní energie plynu $Q = \Delta U$. Proto podle rovnice (5) hledané teplo bude

$$Q = \Delta U = n (U_{m1} - U_{m0}) = \frac{i}{2} n R (T_1 - T_0),$$

po dosazení hodnot

$$Q = \frac{5}{2} 0,508 \text{ J.K}^{-1} \cdot (343 \text{ K} - 295 \text{ K}) = 61 \text{ J},$$

kde součin nR jsme určili ze stavové rovnice

$$n R = \frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 0,0015 \text{ m}^3}{295 \text{ K}} = 0,508 \text{ J.K}^{-1}.$$

Řešený příklad 4.5

V tlakové nádobě o objemu 120 l je kyslík (pět stupňů volnosti) pod tlakem 200 kPa. Stlačenému kyslíku dodáme při konstantním objemu 42 kJ tepla. Na jakou hodnotu se zvýší tlak v nádobě?



Řešení:

Dodáváme-li plynu teplo při konstantním objemu, nekoná plyn práci a dodávka tepla způsobí nárůst vnitřní energie plynu $Q = \Delta U$, přičemž změnu vnitřní energie plynu zjistíme z rovnice (5)



$$\Delta U = \frac{i}{2} n R (T - T_0),$$

kde T_0 je počáteční a T konečná teplota plynu. Obě teploty vyjádříme ze stavové rovnice

$$T_0 = \frac{p_0 V}{n R} \quad \text{a} \quad T = \frac{p V}{n R}$$

a dosadíme do výchozí rovnice

$$Q = \Delta U = \frac{i}{2} n R \left(\frac{p V}{n R} - \frac{p_0 V}{n R} \right) = \frac{i}{2} V (p - p_0)$$

a odtud

$$p = p_0 + \frac{2Q}{iV},$$

po dosazení hodnot

$$p = 200 \cdot 10^3 \text{ Pa} + \frac{2 \cdot 42 \cdot 10^3 \text{ J}}{5 \cdot 0,12 \text{ m}^3} = 340 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 340 \text{ kPa} .$$



Neřešený příklad 4.6

Jak velké teplo je potřeba na izotermickou expanzi 2 litrů vodíku počátečního tlaku 80 kPa na čtyřnásobný objem? Jaký bude výsledný tlak?
[222 J; 20 kPa]

5 Tepelná kapacita

Jestliže soustavě, která nekoná práci, dodáváme teplo, ohřívá se. Změna teploty soustavy, vyvolaná dodaným teplem, je závislá na **tepelné kapacitě** soustavy.

Tepelná kapacita látky je dána podílem přijatého tepla a jím způsobené změny teploty. Vyjadřuje schopnost látky či tělesa jímat teplo.



Definujeme ji

$$K = \frac{\partial Q}{\partial T}, \quad (18)$$

kde parciální derivace naznačuje, že dodané teplo je funkcí více proměnných veličin, ne pouze teploty.

5.1 Měrná tepelná kapacita

Abychom vyloučili vliv množství ohřívané látky, je výhodnější zavést měrnou tepelnou kapacitu.

Měrná tepelná kapacita c látky (pevné, kapalné nebo plynné) vyjadřuje teplo, které musíme dodat 1 kg látky, aby se ohřála o 1 K.



Obecně měrnou tepelnou kapacitu definujeme vztahem

$$c = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right). \quad (19)$$

Může-li látka při ohřívání zvětšovat svůj objem, musíme jí dodat ke stejnému ohřátí větší teplo, než při konstantním objemu látky. Je to tím, že při rozpínání koná látka práci a tuto práci je třeba pokrýt dalším přívodem tepla. Proto jsou měrné tepelné kapacity při proměnném objemu větší než při konstantním objemu. V případě pevných látek a kapalin není třeba udávat druh termodynamické změny, při které měrnou tepelnou kapacitu definujeme, protože předpokládáme jejich objem konstantní.

V případě plynů rozlišujeme měrnou tepelnou kapacitu při konstantním tlaku c_p a při konstantním objemu c_V , které definujeme vztahy

$$c_p = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_p \quad (20)$$

a

$$c_V = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_V, \quad (21)$$

kde index p , respektive V naznačuje, že derivaci provádíme při $p=\text{konst}$, resp. $V=\text{konst}$. $c_p > c_v$, protože při konstantním tlaku je objem proměnný a tak se část dodaného tepla zužitkuje k vykonání práce. Poměr

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} > 0 \quad (22)$$

je **Poissonova konstanta**, která se pohybuje v poměrně úzkém rozmezí od 1,33 do 1,66.

5.2 Molární tepelná kapacita

Někdy bývá výhodnější vztahovat tepelnou kapacitu na jeden mol látky.



Molární tepelná kapacita C představuje množství tepla potřebné k ohřátí jednoho molu látky o jeden kelvin.

Molární tepelná kapacita je definovaná vztahem

$$C = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right), \quad (23)$$

kde n je látkové množství, určené např. vztahem (A.9). Srovnáním rovnic (19) a (23) dostaneme

$$C = M c, \quad (24)$$

kde M je molární hmotnost látky. Podobně jako v případě měrných tepelných kapacit je třeba u plynů rozlišovat molární tepelnou kapacitu při konstantním tlaku C_p a molární tepelnou kapacitu při konstantním objemu C_v . Pro ideální plyn je možné molární tepelnou kapacitu poměrně snadno zjistit na základě kinetických poznatků s využitím stavové rovnice a první termodynamické věty.

Předpokládejme nejdříve, že teplota jednoho molu plynu se zvyšuje při stálém objemu. Tím je splněna rovnice (17), takže můžeme v souladu s definicí (23) napsat

$$C_v = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_v = \left(\frac{dU}{dT} \right)_v. \quad (25)$$

Z kapitoly 2 víme, že vnitřní energie jednoho molu plynu je dána rovnicí (3). Derivujme ji podle teploty a dostaneme

$$C_v = \frac{d\left(\frac{i}{2} RT\right)}{dT}, \quad (26)$$

nebo-li

$$C_v = \frac{i}{2} R, \quad (27)$$

kde i je počet stupňů volnosti molekul plynu a R je molární plynová konstanta.

Chceme-li podobně vyjádřit i molární tepelnou kapacitu při konstantním tlaku, musíme si napsat stavovou rovnici v diferenciálním tvaru. Dostaneme ji diferencováním stavové rovnice, tedy

$$p dV + V dp = R dT , \quad (28)$$

Vzhledem ke konstantnímu tlaku v této rovnici bude

$$p dV = R dT . \quad (29)$$

Využijeme-li nyní první termodynamickou větu (13) ve tvaru

$$dQ = dU + p dV = C_V dT + p dV , \quad (30)$$

kde jsme za dU dosadili z rovnice (25), můžeme po dosazení za $p dV$ z rovnice (29) určit molární tepelnou kapacitu při stálém tlaku

$$C_p = \frac{dQ}{dT} = \frac{C_V dT + R dT}{dT} , \quad (31)$$

nebo-li

$$C_p = C_V + R , \quad (32)$$

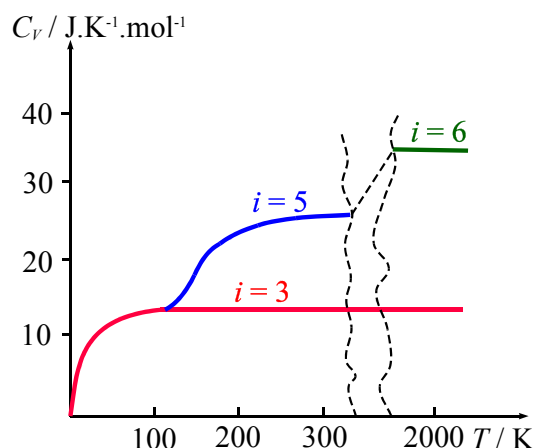
což je **Mayerova rovnice**. Říká, že **molární tepelná kapacita při stálém tlaku je vždy větší než molární tepelná kapacita při stálém objemu**, což odpovídá poznatkům v úvodu tohoto článku. Molární tepelnou kapacitu při stálém tlaku můžeme s využitím rovnice (27) napsat ve tvaru

$$C_p = \left(\frac{i}{2} + 1\right) R . \quad (33)$$

V tab. 5.1 jsou uvedeny molární tepelné kapacity pro jednoatomové ($i=3$), dvojatomové ($i=5$) a tříatomové nebo víceatomové ($i=6$) plyny, spočtené podle rovnic (33) a (27). Experimentálně se zjistilo, že obecně jsou molární tepelné kapacity plynů funkcí teploty. Z graficky znázorněné teplotní závislosti $C_V(T)$ na obr. 5.1 lze usoudit do jaké míry jsou hodnoty uvedené v tab. 5.1 srovnatelné se skutečností. Pro jednoatomové plyny je shoda velmi dobrá v širokém teplotním intervalu, nesouhlas je jen v oblasti velmi nízkých teplot. Pro dvojatomové plyny je to složitější. Teoretická hodnota se shoduje s naměřenou jen v oblasti středních teplot. U tříatomových a víceatomových plynů jsou značné odchylky od teoretických hodnot již při pokojových teplotách. Uspokojivý výklad závislosti C_V na teplotě, zejména v oblasti nízkých teplot, nemůžeme podat s využitím představ klasické fyziky, bylo by třeba využít kvantové mechaniky.

i	$C_p/\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	$C_V/\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
3	20,785	12,471
5	29,099	20,785
6	33,256	24,942

tab. 5.1 Molární tepelné kapacity


 obr. 5.1 Závislost C_V na teplotě pro pevné látky

plyn	γ	
	experiment	teorie
He	1,66	1,67
Ar	1,66	1,67
H ₂	1,41	1,40
N ₂	1,40	1,40
O ₂	1,40	1,40
CO ₂	1,30	1,33
N ₂ O	1,27	1,33
NH ₃	1,31	1,33
CH ₄	1,32	1,33
SO ₂	1,27	1,33

tab. 5.2 Poissonova konstanta zjištěná měřením a podle rovnice (34)

Známe-li molární tepelné kapacity vyjádřené pomocí stupňů volnosti i plynu, můžeme počítat Poissonovu konstantu podílem rovnic (33) a (27), tedy

Ve fyzikálních tabulkách bývá

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i} = 1 + \frac{2}{i}. \quad (34)$$

Poissonova konstanta γ tabulována a z ní lze zjišťovat stupně volnosti plynů. V tab. 5.2 je pro několik plynů uvedena Poissonova konstanta zjištěná jednak měřením a jednak z rovnice (34). Vidíme, že experimentální výsledky uspokojivě souhlasí s klasickou teorií ideálního plynu.

5.3 Kalorimetrická rovnice

Řešením diferenciální rovnice (19) můžeme najít souvislost mezi množstvím tepla Q dodaného látce a nárůstem její teploty z T_1 na T_2 . Úpravou rovnice (19) dostaneme

$$dQ = m c dT, \quad (35)$$

a její integraci

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} m c dT. \quad (36)$$

Předpokládáme-li teplotně nezávislou měrnou tepelnou kapacitu c , je možno teplo dodané ($Q > 0$) nebo odebrané ($Q < 0$) látce psát ve formě

$$Q = m c \Delta T, \quad \text{kde } \Delta T = T_2 - T_1, \quad (37)$$

$T_2 > T_1$ v případě dodávání tepla a $T_2 < T_1$ v případě odebírání tepla. Dojde-li ke smíšení více látek různých teplot, vznikne uzavřená termodynamická soustava, která začne přecházet do rovnovážného stavu. Znamená to, že po vyrovnání teplot na teplotu T se teplo $\sum Q_k$ přijaté studenějšími látkami, kterých je n_1 , rovná teplo $-\sum Q'_j$ odňatému teplejším látkám, kterých je n_2 , za předpokladu, že látky nemění svá skupenství, nepůsobí na sebe chemicky a nevykonávají přitom mechanickou práci. Musí tedy platit

$$\sum_{k=1}^{n_1} Q_k = - \sum_{j=1}^{n_2} Q'_j, \quad (38)$$

nebo-li

$$\sum_{k=1}^n Q_k = 0, \quad (39)$$

kde $n = n_1 + n_2$ a $Q'_{j+n_1} = Q_k$ pro $k > n_1$. Rovnici (39) lze s přihlédnutím k rovnici (37) vyjádřit součtem

$$\sum_{i=1}^n m_i c_i (T - T_i) = 0, \quad (40)$$

kde n je celkový počet látek, které jsme smíchali a T_i jsou jejich původní teploty. Rozdíl teplot $T - T_i$ je kladný pro látky, které teplo přijaly a záporný pro látky, které teplo odevzdaly. Vztah (40) je **kalorimetrická rovnice**. Tato kalorimetrická rovnice nepředpokládá změny skupenství látek. Je výchozím vztahem pro měření tepla.

Teplo se měří v **kalorimetrech**. Kalorimetr je speciální nádoba opatřená teploměrem. Podle tepelné vodivosti stěn dělíme kalorimetry na izotermické a adiabatické.

Izotermické kalorimetry mají stěnu, která odděluje vnitřní a vnější část kalorimetru, z dokonale tepelně vodivého materiálu, takže měřené teplo z kalorimetru odchází a je nějakým způsobem indikováno. Klasickým příkladem izotermického kalorimetru je **kalorimetr ledový**, kde teplo procházející stěnou kalorimetru vyvolá tání ledu ve vnější části kalorimetru. Podle množství roztátého ledu se určí teplo, které uniklo z kalorimetru.

Adiabatické kalorimetry mají stěny nádoby dokonale tepelně izolovány od okolí. Teplo dodané do kalorimetru tedy způsobí zvýšení teploty uvnitř kalorimetru. Existuje více typů adiabatických kalorimetrů. Dodáváme-li do kalorimetru teplo pomocí topné elektrické spirály, jde o **elektrický kalorimetr**. Jiným typem je **směšovací kalorimetr**, u něhož teplo dodáváme nebo z něj teplo odebíráme přidáním určitého množství látky určité teploty. Předpokládejme, že kalorimetr má tepelnou kapacitu K a je ustálen na teplotě

T_1 . Je-li do něj vložen předmět hmotnosti m , měrné tepelné kapacity c a teploty T_2 , ustálí se teplota v kalorimetru na hodnotě T . Podle kalorimetrické rovnice (40) bude pro tuto teplotu platit

$$T = \frac{K T_1 + m c T_2}{K + m c} \quad (41)$$



5.4 Kontrolní otázky

- (1) *Jak jsou definovány tepelná kapacita a měrná tepelná kapacita?*
- (2) *Závisí měrná tepelná kapacita látek na druhu termodynamické změny stavu? Jak je tomu u pevných látek a kapalin a jak u plynů?*
- (3) *Jakou hodnotu má Poissonova konstanta u pevných látek a kapalin?*
- (4) *Je v případě plynů větší měrná tepelná kapacita při konstantním tlaku nebo objemu?*
- (5) *Jak se liší měrná tepelná kapacita od molární tepelné kapacity?*
- (6) *Jakou hodnotu má rozdíl molárních tepelných kapacit ideálního plynu při konstantním tlaku a při konstantním objemu?*
- (7) *Jak se shoduje klasická teorie molárních tepelných kapacit se skutečností?*
- (8) *Proč nejsou podstatné rozdíly mezi klasickou teorií a experimentem při určení Poissonovy konstanty, zatímco v případě molárních tepelných kapacit jsou tyto neshody značné?*
- (9) *Napište vztah pro výpočet tepla dodaného látce hmotnosti m , vzrostli její teplota z T_1 na T_2 .*
- (10) *Jak zformulujete kalorimetrickou rovnici?*
- (11) *Co je to kalorimetr?*
- (12) *Do jaké kategorie patří kalorimetr ledový a jak pracuje?*
- (13) *Jaký je rozdíl mezi izotermickým a adiabatickým kalorimetrem?*
- (14) *Patří elektrický a směšovací kalorimetr do stejné kategorie? Jaký je mezi nimi rozdíl?*

5.5 Příklady k procvičení



Řešený příklad 5.1

Hélium objemu 3 l zvětšilo svůj objem při stálém tlaku 200 kPa na dvojnásobek. Vypočítejte, kolik se na to spotřebovalo tepla. Poissonova konstanta pro hélium je 1,67.



Řešení:

Vydeme z první termodynamické věty ve tvaru (30) kterou uvedeme pro n molů plynu,

$$dQ = n C_V dT + p dV .$$

Pro konečnou stavovou změnu, při které je tlak konstantní a objem se zdvojnásobí, bude celkové dodané teplo

$$\begin{aligned} Q &= n C_V (T - T_0) + p_0 (V - V_0) = n C_V (T - T_0) + p_0 (2V_0 - V_0) = \\ &= \frac{m}{M} C_V (T - T_0) + p_0 V_0. \end{aligned}$$

Podle stavové rovnice je

$$\frac{m}{M} T - \frac{m}{M} T_0 = \frac{p_0 2V_0}{R} - \frac{p_0 V_0}{R} = \frac{p_0 V_0}{R}$$

co po dosazení do předchozí rovnice dává

$$Q = \frac{C_V}{R} p_0 V_0 + p_0 V_0 = \left(\frac{C_V}{R} + 1 \right) p_0 V_0 = \frac{C_V + R}{R} p_0 V_0$$

a s použitím Mayerovy rovnice $C_p = C_V + R$

$$Q = \frac{C_p}{R} p_0 V_0 .$$

Dále použijeme rovnic (33) $C_p = \left(\frac{i}{2} + 1 \right) R$ a (34) $\gamma = 1 + \frac{2}{i}$ a získáme

$$C_p = \left(\frac{i}{2} + 1 \right) R = \left(\frac{1}{\gamma - 2} + 1 \right) R = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R ,$$

takže

$$Q = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{R}{R} p_0 V_0 = \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_0 V_0 .$$

Po dosazení číselných hodnot

$$Q = \frac{1,67}{1,67 - 1} \cdot 200 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot 0,003 \text{ m}^3 = 1,50 \cdot 10^3 \text{ J} = 1,50 \text{ kJ} .$$

Řešený příklad 5.2

Do kalorimetru o tepelné kapacitě $105 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$, ve kterém bylo 300 ml vody teploty $22 \text{ }^\circ\text{C}$, jsme vložili horký měděný váleček hmotnosti 400 g. Po vložení válečku se voda v kalorimetru ohřála na $35 \text{ }^\circ\text{C}$. Určete teplotu měděného válečku před vložením do kalorimetru. Měrná tepelná kapacita vody je $4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ a mědi $383 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.



Řešení:

Údaje pro vodu označíme indexem 1, údaje pro měď indexem 2 a kapacitu kalorimetru a výslednou teplotu ponecháme bez indexu. Kalorimetrickou rovnici (40) napíšeme ve tvaru



$$K (T - T_1) + m_1 c_1 (T - T_1) + m_2 c_2 (T - T_2) = 0$$

a úpravou získáme teplotu měděného válečku

$$T_2 = \frac{(K + m_1 c_1)(T - T_1)}{m_2 c_2} + T .$$

Po dosazení číselných hodnot

$$T_2 = \frac{(105 \text{ J.K}^{-1} + 0,3 \text{ kg} \cdot 4180 \text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}) \cdot (35 \text{ }^\circ\text{C} - 22 \text{ }^\circ\text{C})}{0,4 \text{ kg} \cdot 383 \text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}} + 35 \text{ }^\circ\text{C} = 150 \text{ }^\circ\text{C}$$



Neřešený příklad 5.3

Ve válci s pohyblivým pístem se při stálém tlaku 200 kPa rozpíná 5 g vzduchu (pět stupňů volnosti) z teploty 18 °C na teplotu 200 °C. Jaké teplo na to vzduch potřebuje a jakou práci při expanzi vykoná? O jakou vzdálenost se posune píst ve válci při uvedené změně, jeli průměr jeho základny 6 cm? Hustota vzduchu za normálních podmínek je 1,293 kg.m⁻³. [Q=913 J; W=261 J; 46,2 cm]



Neřešený příklad 5.4

Vzduchu hmotnosti 6 kg uzavřenému v nádobě jsme dodali 368,4 kJ tepla. Vzduch zvětšil svůj objem a vykonal při tom práci 181,5 kJ, přičemž zároveň jeho teplota stoupla z 10 °C na 52 °C. Na základě těchto údajů vypočítejte měrné tepelné kapacity vzduch při konstantním objemu a při konstantním tlaku. Poissonova konstanta pro vzduch je 1,4. [c_v=741 J.kg⁻¹.K⁻¹, c_p=1038 J.kg⁻¹.K⁻¹]



Neřešený příklad 5.5

Abychom určili průměrnou teplotu v peci, bylo do ní vloženo platinové tělísko hmotnosti 100 g, které bylo po zahřátí rychle ponořeno do 1 litru vody o teplotě 10 °C. Teplota vody se zvýšila o 4 °C. Určete teplotu v peci, je-li měrná tepelná kapacita platiny 0,16 kJ.kg⁻¹.K⁻¹ a vody 4,18 kJ.kg⁻¹.K⁻¹. [1059 °C]

6 Děje v izolovaných soustavách a jejich zobecnění

6.1 Adiabatický děj

První termodynamická věta umožňuje vybudovat teorii pro děj, který se nazývá **adiabatický**.

Adiabatický děj je definován pro soustavy izolované od okolí, které si nemohou vyměňovat s okolím teplo.



Pro adiabatický děj platí $dQ = 0$. Plyn však může konat mechanickou práci, nebo tuto práci může konat okolí ve prospěch plynu. První termodynamická věta pro adiabatický děj má tvar

$$dU = -p dV . \quad (42)$$

Pravou stranu tohoto vztahu vyjádříme pomocí stavové rovnice v diferenciálním tvaru (28) a jeho levou stranu upravíme pomocí rovnice (25). Dostaneme

$$C_V dT = V dp - R dT \quad (43)$$

a po úpravě, s přihlédnutím k Mayerově rovnici (32), bude

$$C_p dT = V dp . \quad (44)$$

Jestliže z rovnic (25) a (42) je

$$C_V = \frac{dU}{dT} = -\frac{pdV}{dT} , \quad (45)$$

je rovněž

$$dT = -\frac{pdV}{C_V} , \quad (46)$$

což dosadíme do (44) a upravíme na tvar

$$V dp + \gamma p dV = 0 , \quad (47)$$

kde γ je Poissonova konstanta. Úpravou bude

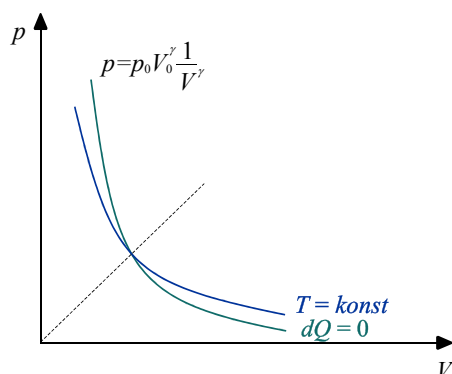
$$\frac{dp}{p} + \gamma \frac{dV}{V} = 0 \quad (48)$$

a integrací dostaneme rovnici

$$\ln p + \gamma \ln V = konst , \quad (49)$$

kterou převedeme na tvar

$$pV^\gamma = \text{konst.} \quad (50)$$



obr. 6.1 Adiabata a izoterma v p - V diagramu

Tento vztah se nazývá **Poissonova rovnice** a vyjadřuje vztah mezi tlakem a objemem plynu při vratné adiabatické změně. Graficky je vyjádřen křivkou, kterou nazýváme **adiabata**. Na obr. 6.1 je adiabata znázorněna v p - V diagramu zelenou křivkou. Pro srovnání je rovněž uvedena izoterma, která klesá s rostoucím objemem vždy pomaleji než adiabata. Při adiabatickém ději, pokud dochází k expanzi (rozpínání) plynu, klesá teplota a naopak, pokud plyn stlačujeme,

teplota roste. Podél adiabaty tedy není teplota stálá a teplotu izotermy má adiabata v tom stavu, který je znázorněn průsečíkem křivek na obr. 6.1. Leží-li adiabata pod izotermou, teplota plynu je nižší než při izotermickém ději. Leží-li nad izotermou, teplota plynu je vyšší než udává izoterma.

Práci, kterou koná jeden mol plynu při adiabatickém ději, dostaneme z rovnice (7) tak, že za člen $p dV$ dosadíme z rovnice (46), tedy

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = - \int_{T_1}^{T_2} C_V dT = -C_V (T_2 - T_1), \quad (51)$$

nebo-li

$$W = -C_V (T_2 - T_1), \quad (52)$$

kde T_1 je počáteční a T_2 konečná teplota plynu. Je zřejmé, že $W > 0$, tedy práci koná plyn, jen je-li počáteční teplota vyšší než teplota po vykonané práci, $T_1 > T_2$. Je to tehdy, dochází-li k expanzi plynu. Pokles teploty plynu při adiabatickém ději, koná-li plyn práci, je logickým důsledkem toho, že plynu nesmíme dodávat teplo. Podle první termodynamické věty se pak práce rovná úbytku vnitřní energie plynu $W = -\Delta U$. Při adiabatické kompresi je tomu naopak, teplota roste ($T_2 > T_1$) a práci ($W < 0$) musí konat vnější síly potřebné ke kompresi plynu.

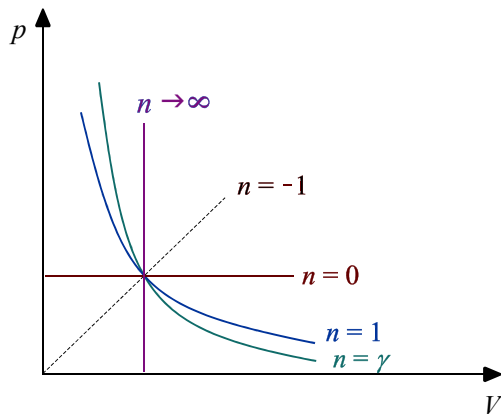
6.2 Polytropický děj

Vratná izotermická změna vyžaduje dokonalou výměnu tepla mezi plynem a okolím, vratná adiabatická změna probíhá zase při dokonalé tepelné izolaci plynu. V praxi nelze přesně dosáhnout těchto mezních případů a expanze nebo komprese plynů probíhá podle křivek jež leží mezi izotermou a adiabatou. Skutečné expanzní a kompresní děje můžeme v diagramu p - V zobrazit hyperbolami typu

$$pV^n = konst, \quad (53)$$

kde exponent n má hodnotu, která leží mezi 1 (izoterma) a γ (adiabata).

Děj popsáný rovnicí (53), kde $1 < n < \gamma$, nazýváme **polytropický děj**. Křivky polytropického děje v p - V diagramu nazýváme **polytropy**. Předpokládáme, že polytropické změny jsou vratné.



obr. 6.2 Polytropy s různými exponenty

Připustíme-li, že exponent n může nabývat i jiných hodnot než $1 < n < \gamma$, můžeme všechny vratné změny, které jsme poznali, považovat za polytropické děje. Je-li $n = 1$ vyjadřuje rovnice (53) izotermický děj, je-li $n = \gamma$ vyjadřuje adiabatický děj, je-li $n \rightarrow \infty$ vyjadřuje izochorický děj, a konečně je-li $n = 0$ vyjadřuje izobarický děj. Všechny tyto křivky jsou znázorněny na obr. 6.2.

6.3 Kontrolní otázky



- (1) Co je to adiabatická stavová změna?
- (2) Na úkor které energie se koná mechanická práce při adiabatickém ději?
- (3) Napište Poissonovu rovnici pro adiabatický děj.
- (4) Klesá v p - V diagramu strměji izoterma nebo adiabata?
- (5) Ve kterém stavu v p - V diagramu má adiabata teplotu izotermy?
- (6) Ze stejného počátečního stavu p_1, V_1, T_1 proběhne adiabatický a izotermický děj. Plyn se v obou případech rozpne na stejný objem V_2 . Při kterém z obou dějů plyn vykonal větší práci?
- (7) Je práce plynu při adiabatickém ději plně určena změnou teploty nebo je třeba znát i změnu dalších stavových veličin?
- (8) Co je to polytropický děj? Napište jeho stavovou rovnici.
- (9) Seřadte exponenty polytropických dějů podle velikosti práce, kterou plyn vykonal při příslušném ději rozpne-li se ze společného počátečního stavu vždy na stejný konečný objem.

6.4 Příklady k procvičení



Řešený příklad 6.1

Dva moly vodíku o teplotě 27 °C a tlaku 99,3 kPa jsme adiabaticky stlačili na třetinu původního objemu a potom nechali izotermicky rozeprout na původní objem. a) Jaká byla konečná teplota a jaký byl konečný tlak? b) Jakou práci plyn vykonal?



Řešení:

Vodík je dvojatomový plyn s pěti stupni volnosti. Poissonovu konstantu pro něj určíme pomocí rovnice (34),

$$\gamma = 1 + \frac{2}{i} = 1,4 .$$

a) Při adiabatickém ději platí Poissonova rovnice pro dva různé stavy plynu ve tvaru $p_0 V_0^\gamma = p V^\gamma$ a odsud dostáváme tlak

$$p = p_0 \left(\frac{V_0}{V}\right)^\gamma = p_0 \left(\frac{3 V_0}{V_0}\right)^\gamma = p_0 3^\gamma = 99,3 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot 3^{1,4} = 462 \text{ kPa} .$$

Známe-li tlak, teplotu určíme ze stavové rovnice $\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0}$,

$$T = \frac{pV}{p_0 V_0} T_0 = \frac{p V_0}{3 p_0 V_0} T_0 = \frac{p}{3 p_0} T_0 ,$$

po dosazení číselných hodnot

$$T = \frac{462 \cdot 10^3 \text{ Pa}}{3 \cdot 99,3 \cdot 10^3 \text{ Pa}} \cdot 300 \text{ K} = 466 \text{ K} = 193 \text{ °C} .$$

b) Práci plynu určíme jako součet prací při adiabatické kompresi (tato práce bude záporná - jde o kompresi a práci konají vnější síly) a při izotermické expanzi. Využijeme k tomu rovnic (52) a a(11), obě pro n molů plynu, tedy

$$\begin{aligned} W &= n C_V (T_0 - T) + n R T \ln \frac{V}{V_0} = \frac{i}{2} n R (T_0 - T) + n R T \ln 3 = \\ &= n R T \left[\frac{i}{2} \left(\frac{T_0}{T} - 1 \right) + \ln 3 \right] \end{aligned}$$

a po dosazení

$$\begin{aligned} W &= 2 \text{ mol} \cdot 8,314 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 471 \text{ K} \cdot \left[\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{300 \text{ K}}{471 \text{ K}} - 1 \right) + \ln 3 \right] = \\ &= 1612 \text{ J} = 1,612 \text{ kJ} . \end{aligned}$$



Řešený příklad 6.2

Diesselův motor má kompresní poměr $V_1:V_2 = k$. Vzduch ve válci motoru má počáteční tlak p_1 , objem V_1 a teplotu T_1 . a) Jak veliký tlak p_2 a teplota T_2 vzduchu ve válci motoru bude na konci adiabatické komprese při uvedeném kompresním poměru? b) Jakou práci vykonal při kompresi vnější síly?

Řešení:



a) Pro adiabatický děj platí Poissonova rovnice $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$, ze které určíme tlak p_2

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = p_1 k^\gamma.$$

Teplotu T_2 určíme ze stavové rovnice $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$, po její úpravě dostaneme

$$T_2 = T_1 \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = T_1 \frac{p_1 k^\gamma V_2}{p_1 V_1} = T_1 \frac{k^\gamma}{k} = T_1 k^{\gamma-1}.$$

b) Práci vnějších sil určíme jako zápornou práci plynu při adiabatickém ději, kterou určuje rovnice (52). Při úpravě použijeme stavovou rovnici ve tvaru

$n R = \frac{p_1 V_1}{T_1}$, rovnici (34) $\gamma = 1 + \frac{2}{i}$ a rovnici pro teplotu T_2 získanou v

části a). Práce vnějších sil potom bude

$$W = -n C_V (T_2 - T_1) = \frac{i}{2} n R (T_2 - T_1) = \frac{1}{\gamma-1} \frac{p_1 V_1}{T_1} (T_2 - T_1) = \frac{p_1 V_1}{\gamma-1} (k^{\gamma-1} - 1).$$

Neřešený příklad 6.3

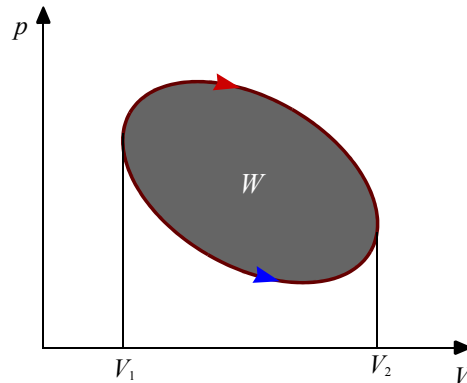
Určité množství vzduchu jsme nechali rozepnout z počátečního objemu 2 litry na pětinasobný objem. Počáteční tlak vzduchu byl 0,1 MPa. Vypočítejte, jakou práci plyn vykonal, uskutečnila-li se expanze a) izobaricky, b) izotermicky, c) adiabaticky. [a) 800 J, b) 322 J, c) 237 J]



7 Kruhové děje v plynech



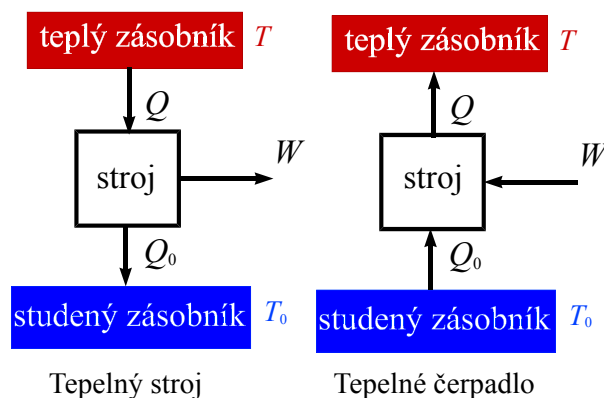
Kruhový děj (cyklus) je takový sled stavových změn v termodynamické soustavě při nichž se soustava opět vrátí do počátečního stavu. Tento děj se může mnohokrát opakovat a tím není časově omezen.



obr. 7.1 Kruhový děj v p - V diagramu

Kruhový děj je výhodné sledovat v p - V diagramu, jak ukazuje obr. 7.1. Probíhá mezi minimálním objemem plynu V_1 a maximálním objemem V_2 . Plocha uzavřená křivkou v p - V diagramu odpovídá práci, kterou plyn vykoná při jednom oběhu. Kruhový děj se využívá dvojím způsobem, podle směru oběhu děje. Pak hovoříme o **tepelném stroji** nebo o **tepelném čerpadle (chladicím stroji)**.

Tepelný stroj je tepelné zařízení v němž dlouhodobě probíhá přeměna tepla v mechanickou práci. Je charakteristický tím, že **plyn svůj objem zvětšuje při nejvyšším tlaku**. Jde o **oběh přímý**. Na obr. 7.1 je směr přímého oběhu znázorněn červenou šipkou. Princip je naznačen na obr. 7.2.



obr. 7.2 Princip činnosti tepelného stroje a tepelného čerpadla

Tepelné čerpadlo nebo také **chladicí stroj** je tepelné zařízení v němž probíhá dlouhodobá přeměna mechanické práce v teplo. Je charakteristický tím, že **plyn svůj objem zvětšuje při nejnižším tlaku**. Jde o **oběh obrácený**. Na obr. 7.1 je směr obráceného oběhu znázorněn modrou šipkou. Princip je naznačen na obr. 7.2.

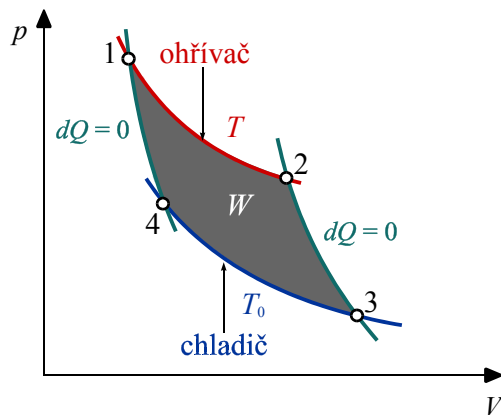
7.1 Carnotův cyklus



Vratný kruhový děj skládající se ze dvou izotermických a dvou adiabatických dějů se nazývá **Carnotův cyklus**. Tepelný stroj pracující na principu Carnotova cyklu je **nejúčinnější**.

Carnotův cyklus definoval v 19. století francouzský fyzik **Nicolas Léonard Sadi Carnot**. Zjistil, že pokud tepelný stroj pracuje podle tohoto cyklu, má

nejvyšší účinnost. Carnotův cyklus sestává z následujících čtyř dějů, které jsou znázorněny na obr. 7.3 v p - V diagramu.



obr. 7.3 Carnotův cyklus v p - V diagramu

- Z výchozího stavu 1 se plyn **izotermicky rozpíná** při konstantní teplotě T do stavu 2. Během této fáze **přijme z ohřivače teplo Q** .
- Ze stavu 2 pokračuje cyklus **adiabatickou expanzí** do stavu 3. Přitom se sníží teplota plynu z teploty T na teplotu T_0 . Během této fáze je vyloučena výměna tepla mezi plynem a okolím.

- Dále děj pokračuje **izotermickou kompresí** ze stavu 3 do stavu 4 při konstantní teplotě T_0 . Během této fáze plyn **odevzdá do chladiče teplo Q_0** .
- Poslední část cyklu je **adiabatická komprese**, během níž se plyn vrátí ze stavu 4 do výchozího stavu 1, přičemž se jeho teplota opět zvýší zpět z teploty T_0 na teplotu T . Opět je vyloučena výměna tepla mezi plynem a okolím.

Při izotermických dějích je plyn ve styku se zásobníky příslušné teploty. Při adiabatických dějích musí být provedena dokonalá tepelná izolace plynu od okolí.



Práci, kterou Carnotův tepelný stroj vykonal během jednoho cyklu, je dána součtem prací při všech dějích $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$. S přihlédnutím ke skutečnosti, že při izotermických dějích je práce plynu rovna teplu Q , které plyn přijal (při izotermické expanzi) nebo teplu Q_0 , které odevzdal (při izotermické kompresi) a vzhledem k rovnici pro práci plynu při adiabatickém ději (52), bude pro práci jednoho cyklu platit

$$W = Q + C_V (T - T_0) - Q_0 + C_V (T_0 - T) , \quad (54)$$

nebo-li

$$W = Q - Q_0 . \quad (55)$$

Práce plynu pro jeden Carnotův cyklus je rovna rozdílu tepla Q přijatého z ohřivače a tepla Q_0 odevzdaného chladiči.



Po vyjádření tepla z rovnice (16) můžeme práci plynu po jednom Carnotově cyklu psát rovněž ve tvaru

$$W = n R T \ln \frac{V_2}{V_1} - n R T_0 \ln \frac{V_3}{V_4} . \quad (56)$$

kde $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$. Toto tvrzení dokážeme. Pro jednotlivé stavové změny při Carnotově cyklu totiž platí

$$\begin{aligned} p_1 V_1 &= p_2 V_2, & p_2 V_2^\gamma &= p_3 V_3^\gamma, \\ p_3 V_3 &= p_4 V_4, & p_4 V_4^\gamma &= p_1 V_1^\gamma. \end{aligned}$$

Úpravou rovnic, dostaneme

$$V_2^{\gamma-1} V_4^{\gamma-1} = V_1^{\gamma-1} V_3^{\gamma-1},$$

takže, po odmocnění poslední rovnice

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}, \quad (57)$$

a proto **práce pro jeden Carnotův cyklus** bude

$$W = n R (T - T_0) \ln \frac{V_2}{V_1} . \quad (58)$$

Graficky je tato práce znázorněna plochou uvnitř uzavřené křivky na obr. 7.3.



Tepelné kruhové děje charakterizuje jejich **tepelná účinnost** η . Je určena **poměrem vykonané mechanické práce** W k **celkovému dodanému teplu plynu** Q během jednoho cyklu,

$$\eta = \frac{W}{Q} . \quad (59)$$

Teplo Q_0 , které pracovní plyn odevzdá chladiči, nemůžeme od tepla Q dodaného ohříváčem ve vztahu (59) odečítat, protože není využito ve prospěch práce plynu, jde o teplo ztrátové. Není vráceno zpět ohříváči, nýbrž je odevzdáváno chladiči, který není schopen tepelný stroj zásobovat teplem. Může však být zužitkováno jinak, například k topení v motorových vozidlech.

Využijeme-li vztah pro vykonanou práci (55), můžeme tepelnou účinnost v rovnici (59) vyjádřit vztahem

$$\eta = \frac{Q - Q_0}{Q} . \quad (60)$$

Tento poměr je u vratného Carnotova cyklu dán jen teplotami T a T_0 ohříváče a chladiče. Pro tepelnou účinnost, podle rovnice (16) pro teplo dodané při izotermickém ději, vychází

$$\eta = \frac{n R T \ln \frac{V_2}{V_1} - n R T_0 \ln \frac{V_3}{V_4}}{n R T \ln \frac{V_2}{V_1}}, \quad (61)$$

přičemž logaritmy v této rovnici lze, vzhledem k podmínce (57), vykrátit. Potom bude pravá strana rovnice (61) funkcí pouze teplot ohříváče T a chladiče T_0

$$\eta = \frac{T - T_0}{T}. \quad (62)$$

Je vidět, že účinnost tepelného stroje pracujícího podle vratného Carnotova cyklu je vždy menší než jedna. V případě, že kruhový děj je jiný než Carnotův, případně, pracuje-li tepelný stroj nevratně, platí rovnice (62) ve tvaru nerovnice

$$\eta < \frac{T - T_0}{T}. \quad (63)$$

Jinými slovy:

Všechny ostatní tepelné stroje jsou méně úsporné než Carnotův cyklus.



U každého kruhového děje v plynu platí některé stejné zásady, které jsme poznali u Carnotova cyklu. Má-li přeměna tepla končit ziskem mechanické práce, musí mít teplo možnost přecházet z teplejšího tělesa (ze zdroje tepla - ohříváče) na chladnější těleso (jímač tepla - chladič). Je tedy třeba nejméně dvou zásobníků tepla různých teplot. Pouze část tepla z teplejšího zdroje koná práci, zbytek odevzdá pracovní stroj chladiči.

7.2 Tepelná čerpadla a chladicí stroje

Stroj pracující v ideálním Carnotově cyklu tak jak jsme ho poznali v předcházejícím článku umožňuje měnit teplo na mechanickou práci.

Obrácením chodu tepelného stroje vznikne **tepelné čerpadlo** nebo **chladičí stroj**. Účelem tepelného čerpadla je zajistit **dlouhodobý přesun tepla z chladného prostředí na studené**, přičemž musíme dodávat mechanickou práci z vnějšího prostředí. Princip ukazuje obr. 7.2.



Vyšetříme, jak se změní vlastnosti, začne-li Carnotův stroj pracovat v obráceném pořadí dějů. V Carnotově stroji pracujícím v obráceném oběhu (viz obr. 7.3) dochází nejprve k adiabatické expanzi plynu z teploty T na teplotu T_0 . Následuje izotermická expanze, při níž je odnímáno teplo Q_0 z chladnějšího zásobníku. Jako další probíhá adiabatická komprese, kdy se zvýší teplota plynu z T_0 na T a cyklus končí izotermickou kompresí při teplotě T , při níž plyn odevzdá teplo Q teplejšímu jímači, který je chladičem. Odevzdané teplo je $Q = Q_0 + W$, kde W je mechanická práce, kterou vykonaly vnější síly během jednoho cyklu. Pro veličiny, které zde vystupují, platí stejné rovnice jako v předcházejícím článku při normálním směru Carnotova cyklu. Poměr tepla Q

odevzaného teplejšímu chladiči a práce vnějších sil W bude podle rovnic (59) a (62)

$$\frac{Q}{W} = \frac{T}{T - T_0} > 1, \quad (64)$$

takže teplejšímu chladiči se přivádí teplo

$$Q = \frac{T}{T - T_0} W, \quad (65)$$

které je větší ($\frac{T}{T - T_0} > 1$) než mechanická práce dodaná zvnějšku. Kdyby se

mechanická práce měnila na teplo přímo (např. třením), získali bychom pouze teplo $Q=W$. Zařízení, které vynaložením mechanické nebo jiné energie přečerpává teplo z nižší teplotní hladiny na vyšší teplotní hladinu, se nazývá **tepelné čerpadlo**. Lze ho užít k úspornému vytápění.

Stejným způsobem pracuje **chladičí stroj**, který odebírá teplo Q_0 tělesu nižší teploty T_0 než je teplota okolí (respektive chladičí lázně) T . Odňaté teplo Q_0 zvýšené o hodnotu vnější mechanické práce W odevzdá stroj ve formě tepla okolnímu vzduchu nebo chladičí lázni teploty T . Poměr

$$\varepsilon = \frac{Q_0}{W} \quad (66)$$

se nazývá **účinnost chlazení**. Udává teplo, které zařízení odejme chladnějším tělesu vynaložením jednotkové mechanické práce vnějších sil. Chceme-li rovnici (66) vyjádřit pomocí teplot, musíme provést podobnou úpravu jako v článku 7.1, tj. úpravu pomocí rovnic (16) a (55), kdy dostaneme

$$\varepsilon = \frac{T_0}{T - T_0}. \quad (67)$$

Účinnost chlazení je vždy **větší** než jedna.

7.3 Entropie kruhových dějů

V článku 7.1 jsme pro účinnost stroje pracujícího podle vratného Carnotova cyklu odvodili rovnice (60) a (62), takže pokud si zavedeme označení $Q_1 = Q$ pro teplo přijaté plynem při teplotě $T_1=T$ a $Q_2' = Q_0$ pro teplo odevzané plynem při teplotě $T_2=T_0$, platí

$$\frac{Q_1 - Q_2'}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (68)$$

Dohodneme-li se, že budeme používat pouze pojmu "teplo přijaté plynem", musíme teplo Q_2' označit jako $(-Q_2)$. Při této konvenci můžeme rovnici (68) psát rovněž ve tvaru

$$1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \quad (69)$$

a po úpravě

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0. \quad (70)$$

Tuto rovnici můžeme interpretovat takto: Při vratném cyklu kruhového děje je součet tepel přijatých soustavou dělených teplotami, při kterých soustava teplo přijímala, nulový. Můžeme předpokládat, že podobná tvrzení platí i tehdy, jestliže soustava přijímala teplo více než dvakrát, tedy obecně

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} = 0. \quad (71)$$

kde n je počet tepelných výměn. Přijímá-li soustava teplo při spojitě se měnící teplotě, musíme vzít do úvahy jen velmi malá množství přijatého tepla dQ , při němž je teplota přibližně konstantní. Pak zapíšeme rovnici (71) v integrálním tvaru

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0. \quad (72)$$

kde \oint značí integraci přes uzavřený cyklus kruhového děje.

Veličina, jejíž změna po vykonání kruhového děje je nulová, je stavová veličina. Proto $\frac{dQ}{T}$ je diferenciál stavové veličiny. Tuto veličinu nazval Rudolf Julius Clausius (1822-1888) **entropie**. Budeme ji označovat S .



Potom platí vztah

$$dS = \frac{dQ}{T}. \quad (73)$$

V souladu s rovnicí (72) můžeme rovněž psát

$$\oint dS = 0. \quad (74)$$

Změna entropie je při vratném kruhovém ději nulová.



Entropie soustavy, např. ve stavu 1, do kterého soustava přešla z počátečního stavu 0, je dána řešením rovnice (73)

$$S_1 - S_0 = \int_0^1 dS = \int_0^1 \frac{dQ}{T}. \quad (75)$$

nebo lépe

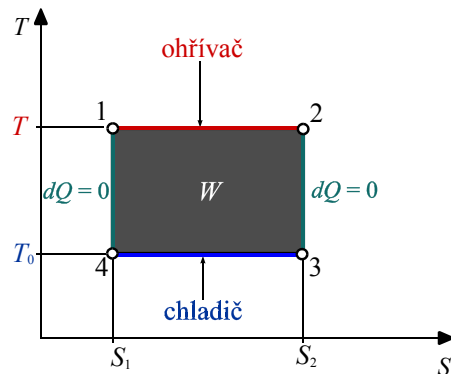
$$S_1 = \int_0^1 \frac{dQ}{T} + S_0. \quad (76)$$

kde dQ je teplo přijaté soustavou při vratných dějích. Pro výpočet entropie musíme znát její hodnotu alespoň v jednom stavu, zde například ve stavu 0, který jsme si zvolili za základ. Jednotkou entropie je J K^{-1} .

Koná-li soustava vratný adiabatický děj, nevyměňuje si s okolím teplo, $dQ=0$.

$$\text{Potom } \int_0^1 \frac{dQ}{T} = 0, \text{ a proto}$$

$$S_1 = S_0. \quad (77)$$



obr. 7.4 Carnotův cyklus v T - S diagramu

Při vratném adiabatickém ději se nemění entropie soustavy. Proto se někdy adiabatický děj nazývá **izoentropický**.

S využitím entropie můžeme znázornit stavové změny v T - S diagramu, podobně jako jsme je dosud znázorňovali v p - V diagramu. Například Carnotův cyklus bude v T - S diagramu znázorněn obdélníkem, jak ukazuje obr. 7.4, kde jednotlivé stavy jsou číslovány ve shodě s obr. 7.3. Plocha obdélníka pak bude odpovídat práci W , kterou plyn vykoná během jednoho cyklu. Vyjádříme-li si totiž z rovnice (73) teplo Q , které plyn získá z ohříváče o teplotě T při izotermické expanzi, dostaneme

$$Q = \int_{S_1}^{S_2} T dS = T(S_2 - S_1) > 0 \quad (78)$$

a záporné teplo Q_0 , které plyn odevzdá chladiči teploty T_0 při izotermické kompresi,

$$Q_0 = \int_{S_2}^{S_1} T_0 dS = T_0(S_1 - S_2) < 0 \quad (79)$$

bude práce W celého Carnotova cyklu součtem těchto tepel

$$W = Q + Q_0 = (T - T_0)(S_2 - S_1) \quad (80)$$

čemuž odpovídá šedá plocha obdélníka na obr. 7.4.



7.4 Kontrolní otázky:

- (1) Jaký děj musí probíhat, má-li plyn trvale vykonávat mechanickou práci?
- (2) Jaký je nejučinnější kruhový děj?

- (3) *Vysvětlete jednotlivé fáze Carnotova cyklu.*
- (4) *Proč je v Carnotově cyklu volena jako první izotermická expanze?*
- (5) *Proč následuje adiabatická expanze?*
- (6) *Jak závisí práce, kterou plyn vykoná během jednoho Carnotova cyklu, na teplotě odebraném ohříváči a teplotě předaném chladiči?*
- (7) *Stačí znát pro výpočet těžké práce teploty ohříváče a chladiče? Jestliže ne, co musíme znát kromě uvedených teplot?*
- (8) *Definujte účinnost obecného tepelného stroje.*
- (9) *Stačí znát pro výpočet účinnosti Carnotova vratného stroje teploty ohříváče a chladiče? Jak na těchto teplotách závisí jeho účinnost?*
- (10) *Jak se změní účinnost Carnotova stroje pracujícího nevratně?*
- (11) *V jaké stupnici musíme dosazovat teploty při výpočtu účinnosti Carnotova stroje?*
- (12) *Jak pracuje tepelné čerpadlo?*
- (13) *Tepelnému čerpadlu dodáme práci W . Která z relací platí pro získané teplo Q : $Q < W$, $Q = W$, $Q > W$?*
- (14) *Může být tepelné čerpadlo použito ke klimatizaci místnosti?*
- (15) *Může být tepelné čerpadlo použito k vytápění?*
- (16) *Na jakém principu pracují chladničky?*
- (17) *Je účinnost chladicího stroje větší nebo menší než jedna?*
- (18) *Jak je definován přírůstek entropie dS ?*
- (19) *Jak velký je přírůstek entropie při vratném termodynamickém cyklu?*
- (20) *Jak se mění entropie při vratném adiabatickém ději?*
- (21) *Je entropie stavová veličina? Proč?*
- (22) *Znáznorněte práci kruhového děje v T - S diagramu.*

7.5 Příklady k procvičení

Řešený příklad 7.1

Vypočítejte práci, kterou vykoná chladicí stroj pracující na principu obráceného Carnotova stroje, jestliže v prostředí s teplotou 20 °C zmrazí 1 kg vody teploty 20 °C na led teploty 0 °C .



Řešení:

Teplotu vnějšího prostředí označíme T_1 a proměnnou teplotu chlazeného prostoru označíme T . Vyjdeme z rovnic (64) a (65) pro účinnost chladicího Carnotova stroje a z nich určíme teplo odebrané v chladnějším prostoru



$$Q = \frac{T}{T_1 - T} W,$$

kteřou vzhledem k proměnné teplotě chlazeného prostoru napíšeme v diferenciálním tvaru

$$dW = \frac{T_1 - T}{T} dQ.$$

Proces odebrání tepla chladícím strojem rozdělíme na dvě etapy. V první bude voda ochlazena na 0°C a v druhé zmrazena. V první etapě se teplota chlazeného prostoru mění, v druhé nikoliv. Výsledná práce chladícího stroje W bude součet prací v obou etapách,

$$W = W_1 + W_2.$$

Odebereme-li v první etapě vodě teplo $dQ = -m c dT$, poklesne teplota vody z T na $T+dT$, kde $dT < 0$. Na ochlazení vody z teploty T_1 na teplotu T_0 je potom potřebná práce

$$W_1 = \int_{T_1}^{T_0} \frac{T_1 - T}{T} dQ = - \int_{T_1}^{T_0} \frac{T_1 - T}{T} m c dT = m c \int_{T_1}^{T_0} \frac{T_1 - T}{T} dT$$

a po úpravě

$$W_1 = m c T_1 \int_{T_0}^{T_1} \frac{dT}{T} - m c \int_{T_0}^{T_1} dT = m c \left(T_1 \ln \frac{T_1}{T_0} - T_1 + T_0 \right).$$

Dosažením číselných hodnot najdeme práci potřebnou k ochlazení vody z teploty $T_1 = 20^\circ\text{C}$ na teplotu $T_0 = 0^\circ\text{C}$

$$\begin{aligned} W_1 &= 1 \text{ kg} \cdot 4186 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \left(293 \text{ K} \cdot \ln \frac{293 \text{ K}}{273 \text{ K}} - 293 \text{ K} + 273 \text{ K} \right) = \\ &= 2,99 \cdot 10^3 \text{ J} = 2,99 \text{ kJ}. \end{aligned}$$

V druhé etapě hledáme práci chladícího stroje potřebnou k odebrání tepla $Q_2 = m l$ na zmrazení vody. Toto teplo bude odebráno při konstantní teplotě chlazeného prostoru $T_0 = 273 \text{ K}$, tedy

$$W_2 = \frac{T_1 - T_0}{T_0} Q_2 = \frac{T_1 - T_0}{T_0} m l$$

po dosažení hodnot

$$W_2 = \frac{293 \text{ K} - 273 \text{ K}}{273 \text{ K}} \cdot 1 \text{ kg} \cdot 333,6 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} = 24,44 \cdot 10^3 \text{ J} = 24,44 \text{ kJ}.$$

Celková práce vykonaná chladícím strojem bude

$$W = W_1 + W_2 = 2,99 \text{ kJ} + 24,49 \text{ kJ} = 27,43 \text{ kJ}.$$



Řešený příklad 7.2

Vypočítejte změnu entropie 2 g dusíku, jestliže jej zahřejeme z teploty 0°C na teplotu 30°C a) izochoricky, b) izobaricky.



Řešení:

Elementární změnu entropie můžeme v souladu s rovnicemi (30) a (73) psát

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{n C_V dT + p dV}{T}$$

a pro celkovou změnu entropie z počátečního stavu, ve kterém měl dusík entropii S_0 do konečného stavu, ve kterém měl entropii S_1 bude

$$S_1 - S_0 = \int_0^1 \frac{n C_V dT}{T} + \int_0^1 \frac{p dV}{T},$$

kde meze naznačují počáteční stav 0 a konečný stav 1.

a) Při izochorické změně bude $dV = 0$, s přihlédnutím k rovnici (27) tedy bude

$$S_1 - S_0 = n C_V \int_{T_0}^{T_1} \frac{dT}{T} = \frac{m}{M} C_V \ln \frac{T_1}{T_0} = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \ln \frac{T_1}{T_0}$$

a po dosazení konstant a zadaných hodnot (molekula dusíku má pět stupňů volnosti, $i = 5$)

$$S_1 - S_0 = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{28 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \ln \frac{303 \text{ K}}{273 \text{ K}} = 0,155 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}.$$

b) Při izobarické změně vyplývá ze stavové rovnice vztah (30), který upravíme pro $n = \frac{m}{M}$ molů plynu, tedy

$$p dV + V dp = \frac{m}{M} R dT,$$

a protože při izobarické změně je $dp = 0$, platí $p dV = \frac{m}{M} R dT$. Pro izobarickou změnu entropie dostaneme

$$S_1 - S_0 = \frac{m}{M} C_V \int_{T_0}^{T_1} \frac{dT}{T} + \frac{m}{M} R \int_{T_0}^{T_1} \frac{dT}{T} = \frac{m}{M} R \left(\frac{i}{2} + 1 \right) \ln \frac{T_1}{T_0}.$$

Po dosazení konstant a zadaných hodnot

$$S_1 - S_0 = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{28 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}} \cdot 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \left(\frac{5}{2} + 1 \right) \cdot \ln \frac{303 \text{ K}}{273 \text{ K}} = 0,217 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}.$$

Řešený příklad 7.3

Z nádoby, v níž je hélium pod tlakem 10 MPa, pomalu uniká poškozeným ventilem plyn tak dlouho, až tlak v nádobě klesne na atmosférický tlak. Děj probíhá izotermicky. Jak se změní entropie 1 kg hélia?



Řešení:

Vydeme ze vztahu



$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T}.$$

Pro izotermický děj je změna vnitřní energie plynu nulová a první termodynamická věta platí ve tvaru

$$dQ = p dV .$$

Ze stavové rovnice ve tvaru

$$V = \frac{n R T}{p}$$

určíme diferenciál objemu

$$dV = - \frac{n R T}{p^2} dp$$

a obojí dosadíme do rovnice pro diferenciální dodávku tepla

$$dQ = - p \frac{n R T}{p^2} dp = - n R T \frac{dp}{p} .$$

Nyní již můžeme spočítat změnu entropie

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = - n R \int_{p_0}^{p_a} \frac{dp}{p} = \frac{m}{M} R \ln \frac{p_0}{p_a} ,$$

kde p_0 je počáteční tlak a p_a je konečný atmosférický tlak. Po dosazení zadaných hodnot, přičemž molární hmotnost hélia bereme 4 g.mol^{-1} ,

$$\Delta S = \frac{1 \text{ kg}}{4 \cdot 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}} 8,314 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \ln \frac{10^7 \text{ Pa}}{10^5 \text{ Pa}} = 9,57 \cdot 10^3 \text{ J.K}^{-1} = 9,57 \text{ kJ.K}^{-1}$$



Neřešený příklad 7.4

Vypočítejte teplotu zásobníku tepla a teplotu chladiče, je-li mezi nimi teplotní rozdíl $40 \text{ }^\circ\text{C}$, pracuje-li Carnotův stroj s účinností 12% .

$[t_1=60 \text{ }^\circ\text{C}, t_2=20 \text{ }^\circ\text{C}]$

8 Závěr

8.1 Shrnutí



Modul TERMODYNAMIKA pojednává o oblasti fyziky, která se zabývá teplem a tepelnými jevy. Byly vysvětleny pojmy vnitřní energie látek, počet stupňů volnosti molekuly plynu, teplo a práce, první a druhá termodynamická věta, tepelná kapacita, měrná tepelná kapacita, molární tepelná kapacita, kalorimetrická rovnice, děje v izolovaných soustavách, adiabatický děj, polytropický děj, kruhové děje v plynech, Carnotův cyklus, tepelná čerpadla, chladicí stroje, entropie kruhových dějů.

8.2 Studijní prameny

8.2.1 Seznam použité literatury



- [1] Schauer, P. *Termika a záření*. CERM 1998
- [2] Horák, Z., Krupka, F. *Fyzika*. SNTL/ALFA 1976, 2 svazky
- [3] Binko, J., Kašpar, I. *Fyzika stavebního inženýra*. SNTL/ALFA 1983
- [4] Krempaský, J. *Fyzika*. ALFA/SNTL 1982

8.2.2 Seznam doplňkové studijní literatury



- [5] Holliday, D., Resnick, R., Walker, J. *Fyzika*. VUT/VUTIUM 2000

8.2.3 Odkazy na další studijní zdroje a prameny



- [6] <http://fyzika.fce.vutbr.cz>