

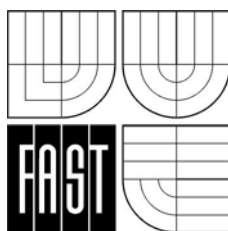
VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA STAVEBNÍ

PAVEL SCHAUER

APLIKOVANÁ FYZIKA

MODUL 1

STAVOVÉ VELIČINY TERMODYNAMICKÝCH SOUSTAV



STUDIJNÍ OPORY
PRO STUDIJNÍ PROGRAMY S KOMBINOVANOU FORMOU STUDIA

Recenzoval: Prof. RNDr. Tomáš Rucker, CSc.

© Pavel Schauer, Brno 2006

OBSAH

1 Úvod	5
1.1 Cíle.....	5
1.2 Požadované znalosti.....	5
1.2.1 Fyzika.....	5
1.2.2 Matematika.....	5
1.3 Doba potřebná ke studiu.....	5
1.4 Klíčová slova.....	6
1.5 Přehled použitých symbolů.....	6
2 Termodynamická soustava	7
2.1 Rovnovážný stav.....	7
2.2 Ideální plyn.....	7
2.3 Kontrolní otázky.....	7
3 Stavové veličiny	8
3.1 Tlak.....	8
3.2 Teplota.....	9
3.3 Látkové množství.....	10
3.4 Kontrolní otázky.....	11
4 Stavová rovnice	12
4.1 Jednoduché děje v ideálních plynech.....	12
4.2 Stavová rovnice.....	13
4.3 Kontrolní otázky.....	15
4.4 Příklady k procvičení.....	15
5 Souvislost stavových veličin s pohybem částic	21
5.1 Hustota rozdělení rychlostí molekul.....	21
5.2 Charakteristické rychlosti molekul plynu.....	22
5.2.1 Nejpravděpodobnější rychlost.....	22
5.2.2 Průměrná rychlost.....	22
5.2.3 Střední kvadratická rychlost.....	23
5.3 Kontrolní otázky.....	24
5.4 Příklady k procvičení.....	24
6 Teplotní roztažnost látek	27
6.1 Délková a teplotní roztažnost.....	27
6.2 Objemová teplotní roztažnost.....	27
6.3 Kontrolní otázky:.....	28
6.4 Příklady k procvičení.....	28
7 Měření teploty	31
7.1 Dilatační teploměry.....	31
7.2 Elektrické teploměry.....	32
7.3 Radiační teploměry.....	33
7.4 Kontrolní otázky.....	34
8 Závěr	36

8.1	Shrnutí	36
8.2	Studijní prameny	36
8.2.1	Seznam použité literatury	36
8.2.2	Seznam doplňkové studijní literatury	36
8.2.3	Odkazy na další studijní zdroje a prameny	36

1 Úvod

Stavové veličiny jsou měřitelné fyzikální veličiny, které charakterizují stav fyzikálního systému nezávisle na tom, jak se systém do daného stavu dostal. Například, pokud dodáváme systému teplo a práci, jeho konečný stav je charakterizován určitou teplotou T (stavová veličina) bez ohledu na to, zda se do konečného stavu dostal dodáním tepla nebo přijetím práce, která byla na soustavě vykonána, nebo obojím způsobem.

Mezi základní stavové veličiny patří **objem, tlak, teplota, látkové množství**. Mezi jiné stavové veličiny, které probereme ve druhém modulu Termodynamika, patří **vnitřní energie** nebo **entropie**. Méně známými stavovými veličinami jsou entalpie, termodynamický potenciál a další.

1.1 Cíle

Tento studijní text je určen pro posluchače Stavební fakulty Vysokého učení technického v Brně a má sloužit jako jeden ze základních učebních textů pro studium aplikované fyziky. Cílem je vybudování spolehlivého základu vědomostí, jež umožní budoucímu stavebnímu inženýrovi zvládat technické problémy v aplikační oblasti. Studijní text navazuje na moduly základní řady fyzikálních studijních opor a je součástí série modulů Aplikovaná fyzika, které spolu jako jeden celek tvoří úplnou studijní literaturu z oblasti termiky, záření a akustiky.



Tento první modul, Stavové veličiny termodynamických soustav, je rozdělen do 6 kapitol. Cílem je popsat základní definice a zákony a rozšířit tyto poznatky o znalosti pro použití v technické praxi.

Výklad je průběžně doplněn kontrolními otázkami, řešenými příklady, neřešenými příklady a aplikacemi vyskytujícími se v technické praxi.

1.2 Požadované znalosti

1.2.1 Fyzika

Velichiny a jednotky, fyzikální rovnice, mechanika, hydromechanika, kmity, vlnění, stavové veličiny termodynamických soustav.



1.2.2 Matematika

Vektory, derivace, určitý a neurčitý integrál.

1.3 Doba potřebná ke studiu

10 hodin





1.4 Klíčová slova

Termodynamická soustava, rovnovážný stav, ideální plyn, stavová veličina, tlak, teplota, látkové množství, mikročástice, střední kvadratická rychlost.



1.5 Přehled použitých symbolů

α	teplotní součinitel délkové roztažnosti, úhel
β	teplotní součinitel elektrického odporu
γ	teplotní součinitel objemové roztažnosti $\gamma = 3\alpha$
ρ	hustota
τ	časová setrvačnost teploměru
d	vzdálenost, tloušťka
E, E_k, E_p	energie, kinetická energie, potenciální energie
$f(v)$	Maxwellova–Boltzmannova hustota rozdělení rychlostí
F	síla
i	počet stupňů volnosti
k	Boltzmannova konstanta, $k=1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$
k_1, k_2	tuhost oscilátoru, koeficient anharmoničnosti oscilátoru
K	tepelná kapacita
l	délka
m	hmotnost
M, M_r	molární hmotnost, relativní molekulová hmotnosti látky
n	látkové množství, koncentrace částic $n = \frac{N}{V}$
N	celkový počet částic
N_A	Avogadrova konstanta, $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
p	hybnost, tlak
r	poloměr, vzdálenost
R	molární plynová konstanta $R=8,314 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$, elektrický odpor
s	citlivost odporového teploměru
S	plocha, průřez
t	čas, teplota (ve °C)
T	termodynamická teplota (v K)
U, U_m	vnitřní energie. vnitřní energie jednoho molu látky
U_T	elektrické napětí na elektrickém teploměru (při teplotě T)
v, v_p, \bar{v}, v_{sk}	rychlost, nejpravděpodobnější rychlost, průměrná rychlost, střední kvadratická rychlost
V	objem

2 Termodynamická soustava

Termodynamickou soustavou rozumíme soubor částic tvořících látkové předměty nebo prostředí, vyskytující se v určitém vymezeném prostoru. Pokud si taková soustava nevyměňuje částice s okolím, nazýváme ji **uzavřenou**, v opačném případě je **otevřená**. Uzavřená soustava, která si nemůže vyměňovat s okolím energii, se nazývá **izolovaná**.



2.1 Rovnovážný stav

Termodynamická soustava, která nemá snahu svými vnitřními silami svůj stav změnit, se nachází v **termodynamicky rovnovážném stavu**. Pak v soustavě, izolované od okolí, neprobíhají žádné makroskopicky pozorovatelné změny. Termodynamická soustava, která se nenachází v rovnovážném stavu, má snahu bez pomoci okolí přejít do termodynamické rovnováhy.



2.2 Ideální plyn

Termodynamickou soustavou může být rovněž plyn. Nejjednodušší zákony je možno zformulovat pro **ideální plyn**.

Ideální plyn je takový, ve kterém všechny srážky mezi molekulami nebo atomy jsou dokonale pružné a ve kterém nepůsobí mezimolekulární síly.



Je to tedy plyn, jehož molekuly se pohybují volně až do doby, než se srazí s jinou molekulou, pak se opět pohybují volně, přičemž srážky probíhají dokonale pružně. Tyto vlastnosti jsou splněny zejména tehdy, je-li vlastní objem všech molekul plynu dostatečně malý vzhledem k objemu, ve kterém jsou umístěny. Je to tehdy, pokud není příliš vysoká koncentrace molekul plynu.

2.3 Kontrolní otázky

- (1) *Co je to termodynamická soustava?*
- (2) *Kdy je termodynamická soustava uzavřená a kdy izolovaná?*
- (3) *Kdy je termodynamická soustava v rovnovážném stavu?*
- (4) *Co je to ideální plyn?*



3 Stavové veličiny

V termice se k popisu tepelných vlastností soustav většinou nepoužívají veličiny, které by přímo popisovaly mechanický (tepelný) pohyb částic.



Zavádí se veličiny, které popisují vnější tepelné projevy soustavy. Tyto veličiny musí být dobře měřitelné. Jsou to **stavové veličiny**. Většinou nestačí zavést jen jednu stavovou veličinu. K úplnému popisu termodynamické soustavy obecně potřebujeme **čtyři stavové veličiny**. Jsou to:

tlak	teplota
objem	látkové množství

U plynů, které tvoří termodynamické soustavy s největším počtem stupňů volnosti, využijeme všechny stavové veličiny.

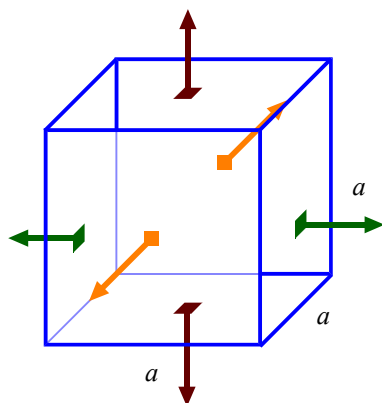
3.1 Tlak



Vznik tlaku plynu na plochu (stěnu) je důsledkem tepelného pohybu částic. Při svém pohybu část molekul plynu neustále naráží na stěnu a vytváří tlak.

Při svém pohybu působí molekuly na stěnu nádoby silou F , pro niž podle zákonů mechaniky platí

$$F = \frac{d(mv)}{dt}, \quad (1)$$



obr. 3.1 K odvození tlaku na stěnu nádoby

Pak na námi sledovanou stěnu směřuje $1/6$ všech částic. Je-li koncentrace částic v nádobě $n = \frac{N}{V}$ a všechny mají rychlost v , pak přes plochu S jich za

jednu sekundu projde $N_s S = \frac{n S v}{6}$. Takže tlak p , který definujeme jako sílu působící na jednotkovou plochu, bude

$$p = \frac{F}{S} = \frac{2 N_s m v}{S} = \frac{1}{3} n m v^2, \quad (2)$$

Všechny částice plynu však nemají stejné rychlosti. Jak uvidíme v další kapitole, rychlosti částic plynu jsou statisticky rozloženy. Má-li n_1 částic rychlost v_1 , n_2 částic rychlost v_2 atd., můžeme rovnici pro tlak plynu napsat ve tvaru

$$p = \frac{1}{3} n_1 m v_1^2 + \frac{1}{3} n_2 m v_2^2 + \dots, \quad (3)$$

jejíž úpravou dostaneme výraz

$$p = \frac{1}{3} m \sum_{i=1}^n n_i v_i^2 = \frac{1}{3} n m \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i v_i^2, \quad (4)$$

kde zavedeme

$$v_{\text{sk}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i v_i^2}, \quad (5)$$

což je **střední kvadratická rychlost částic**, o které podrobněji pojednáme v části 5.2. Tlak plynu je potom s ohledem na platnost vztahu $\rho = n m$, kde ρ je hustota plynu, vyjádřen rovnicí

$$p = \frac{1}{3} \rho v_{\text{sk}}^2. \quad (6)$$

3.2 Teplota

Pro posouzení tepelných jevů je zavedena **teplota**.

Teplota charakterizuje vnitřní stav látek. Má tu vlastnost, že při styku více látek se teploty vyrovnávají. To proto, že vznikne termodynamická soustava, která přechází do termodynamické rovnováhy. Na tomto principu se teplota měří. Pro teplotu existuje více teplotních stupnic. Nejznámější jsou dvě, **Celsiova a Kelvinova**.



Celsiova teplotní stupnice vyšla z pozorování, že voda tuhne a vře vždy při stejných teplotách (za stejných podmínek). Tuhnutí vody je přiřazena hodnota teploty $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Podobně varu vody je přiřazena teplota $t_v = 100^\circ\text{C}$. Obě hodnoty platí pro normální tlak $1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Teplotu vyjádřenou v Celsiově stupnici označujeme symbolem t , jednotkou je $^\circ\text{C}$ (Celsiův stupeň).

Ve fyzice je výhodnější **Kelvinova (absolutní nebo také termodynamická) teplotní stupnice**. Anglický fyzik Kelvin ji zavedl z důvodu jednoduššího vyjádření termodynamických zákonů. Vychází z té skutečnosti, že stavu, kdy ustane tepelný pohyb částic, přiřazujeme teplotu 0 K . Tento stav je sice prakticky nedosažitelný (třetí termodynamická věta), avšak připustíme jej teoreticky. Dále respektuje skutečnost, že teplotní rozdíl ΔT v absolutní

teplotní stupnici a teplotní rozdíl Δt v Celsiově stupnici je shodný. Budeme-li teplotu vyjádřenou v absolutní stupnici označovat T a bude-li její jednotka K (kelvin), platí



Symbole v závorkách $\{ \}$ vyjadřují velikost veličiny bez jednotky. Rovnice (7) tedy porovnává pouze velikosti, Celsiova a Kelvinova teplota mají různé jednotky.

$$\{ t \} = \{ T - T_0 \}. \quad (7)$$

kde teplota $T_0 = 273,15$ K je teplota tuhnutí vody (přesněji teplota trojného bodu vody, tj. teplota rovnovážného stavu tří skupenství vody). Byla zvolena tak, aby byla respektována rovnost $\Delta T = \Delta t$.

3.3 Látkové množství



Množství látky, které se zúčastňuje tepelných dějů, se zavádí jiným způsobem, než např. v mechanice, kde jsme používali hmotnost. Pro zjednodušení zákonů zavádíme veličinu **látkové množství** n . Její jednotka je mol. Molem bude takové **množství látky, jehož hmotnost vyjádřena v gramech je číselně rovna relativní molekulové hmotnosti látky** M_r .

Počet molů tedy dostaneme jako

$$n = 10^3 \text{ mol} \cdot \text{kg}^{-1} \frac{m}{M_r}. \quad (8)$$

Ve vztahu (8) vystupuje hmotnost látky m v kilogramech. **Relativní molekulová hmotnost** M_r látky je hmotnost molekuly látky vydělená hmotností $1/12$ atomu uhlíku $^{12}\text{C}_6$. Snadno ji vyhledáme v periodické soustavě prvků, protože je číselně rovna součtu atomových hmotností prvků, ze kterých je molekula složena. Například pro kyslík O_2 je $M_r = 2 \cdot 16 = 32$, pro vodík H_2 je $M_r = 2 \cdot 1 = 2$ atd. Ze vztahu (8) vyplývá, že **molární hmotnost** M (hmotnost jednoho molu látky) je $M = M_r \cdot 10^{-3}$ (kg/mol) = M_r (g/mol).

Známe-li ji, můžeme látkové množství určit rovnicí

$$n = \frac{m}{M}. \quad (9)$$



Avogadrův zákon říká, že počet molekul N_A , obsažený v jednom molu látky je za stejných podmínek, pro všechny látky stejný. Za **normálních podmínek** ($p_n = 1,01325 \cdot 10^5$ Pa, $T_n = 273,15$ K) jej udává **Avogadrova konstanta**

$$N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}.$$

Známe-li celkový počet molekul plynu N , na základě Avogadrova zákona můžeme látkové množství určit vztahem

$$n = \frac{N}{N_A} . \quad (10)$$

3.4 Kontrolní otázky



- (1) *Jmenujte stavové veličiny!*
- (2) *Kolik stavových veličin obecně potřebujeme k úplnému popisu termodynamické soustavy?*
- (3) *Jak stanovíme celkovou sílu, již působí molekuly plynu na stěnu nádoby?*
- (4) *Jak závisí tlak plynu na koncentraci částic a jak na jejich rychlosti?*
- (5) *Jakou vlastnost má teplota při styku dvou těles?*
- (6) *Jaký rozdíl je mezi Kelvinovou a Celsiovou teplotní stupnicí? V čem jsou shodné?*
- (7) *Jaký byl důvod zavedení Kelvinovy teploty?*
- (8) *Jak souvisí látkové množství s hmotností stejného množství látky?*
- (9) *Jak je možno vyjádřit látkové množství pomocí počtu molekul plynu?*

4 Stavová rovnice

4.1 Jednoduché děje v ideálních plynech



Empirický zákon je takový, který vznikl pozorováním



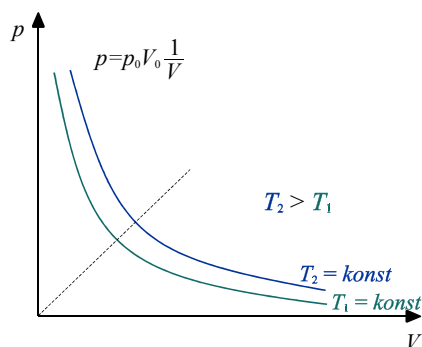
Dříve, než popíšeme souvislost stavových veličin pro obecný děj v ideálním plynu, seznámíme se s empiricky objevenými zákony, které popisují chování dvou stavových veličin pro případ, že třetí stavová veličina je konstantní. Množství plynu se přitom nemění.

Boylův-Mariottův zákon udává souvislost mezi objemem a tlakem ideálního plynu **při stálé teplotě**, popisuje tedy **izotermický děj**.

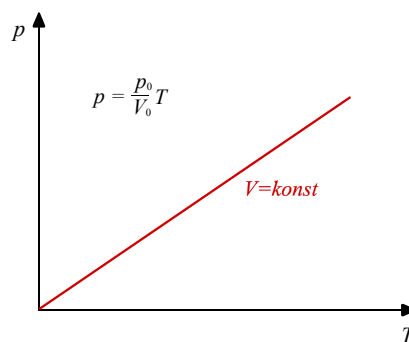
Boylův-Mariottův zákon je vyjádřen vztahem

$$pV = konst, \text{ nebo } pV = p_0V_0, \text{ pro } T = konst, \quad (11)$$

kde p_0 je jeho počáteční tlak plynu a V_0 je počáteční objem. Graficky je závislost $p=f(V)$ pro izotermický děj vyjádřena hyperbolou, která se nazývá **izoterma** (obr. 4.1).



obr. 4.1 Závislost tlaku na objemu pro izotermický děj



obr. 4.2 Závislost tlaku na teplotě pro izochorický děj

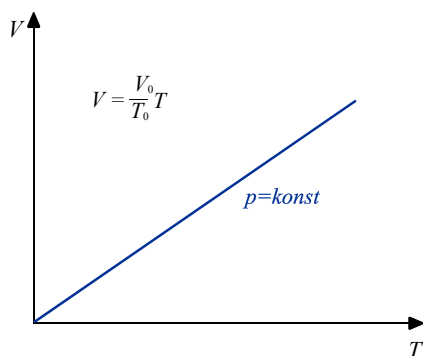


Gay Lussacovy zákony udávají souvislost mezi tlakem a teplotou ideálního plynu **při konstantním objemu** plynu a souvislost mezi objemem a teplotou ideálního plynu **při konstantním tlaku**. Popisují tedy **izochorický a izobarický děj**.

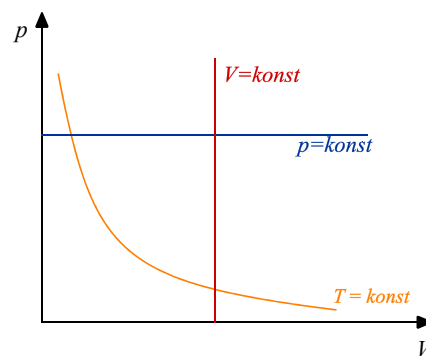
Matematicky se dají vyjádřit rovnicemi

$$\frac{p}{T} = konst, \text{ nebo } \frac{p}{T} = \frac{p_0}{T_0}, \text{ pro } V = konst, \quad (12)$$

$$\frac{V}{T} = konst, \text{ nebo } \frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}, \text{ pro } p = konst, \quad (13)$$



obr. 4.4 Závislost objemu na teplotě pro izobarický děj



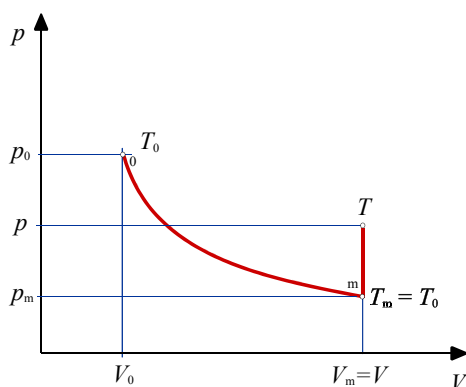
obr. 4.4 Jednoduché děje v p - V diagramu

kde p_0 , V_0 , T_0 jsou počáteční veličiny dějů. Zákon (12), při konstantním objemu, popisuje **izochorický děj**. Grafický průběh závislosti $p = f(T)$ je přímka (obr. 4.2). Zákon (13), při konstantním tlaku, je **izobarický děj**, jehož grafickým znázorněním $V = f(T)$ je přímka, jak uvádí obr. 4.4.

Stavové děje plynu znázorňujeme nejčastěji závislostí tlaku p na objemu plynu V , které říkáme **p - V diagram**. p - V diagramy zákonů (11), (12), (13) jsou společně uvedeny na obr. 4.4.

4.2 Stavová rovnice

Kombinací jednoho z Gay Lussacových zákonů (12) se zákonem Boylovým-Mariottovým (11) dostaneme stavovou rovnici ideálního plynu, platnou pro změny všech tří stavových veličin p , V , T . Předpokládejme, že plyn se nachází ve stavu popsaném veličinami p_0 , V_0 , T_0 a chceme zjistit jak se tlak, objem a teplota změni přechodem do libovolného jiného stavu, popsaného veličinami p , V , T . Do tohoto stavu můžeme přejít libovolnou cestou, tj. přes libovolné stavy plynu.



obr. 4.5 p - V diagram k odvození stavové rovnice

Zvolme tedy cestu přes mezistav p_m , V_m , T_m , který je vyznačen v p - V diagramu na obr. 4.5. Mezistav vznikne izotermickým přechodem ($T_0 = T_m$) plynu z počátečního stavu tak, aby jeho objem V_m byl shodný s konečným objemem V plynu ($V_m = V$). Pro tento izotermický děj bude podle rovnice (11) platit

$$p_0 V_0 = p_m V_m = p_m V, \quad T_0 = T_m. \quad (14)$$

Z mezistavu přejde plyn do konečného stavu izochorickou změnou, pro kterou podle rovnice (12) a rovnice (14) upravené na tvar $p_m = \frac{V_0}{V} p_0$ platí

$$\frac{p_m}{T_m} = \frac{p}{T} \Rightarrow \frac{V_0 p_0}{T_0} = \frac{p}{T}, \quad (15)$$

kde jsme využili rovnosti $T_m=T_0$. Úpravou poslední rovnice dostaneme

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{pV}{T} = konst. \quad (16)$$

Z Avogadrova zákona vyplývá, že jeden mol všech ideálních plynů má za normálních podmínek stejný objem, a to při tlaku $p_n=1,01325 \cdot 10^5$ Pa a teplotě $T_n=273,15$ K objem $V_{nm}=22,414 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$, nazvaný **normální molární objem**. Pro jeden mol ideálního plynu je tedy konstanta v rovnici (16) pro všechny plyny stejná. Nazývá se **molární plynová konstanta** a značíme ji R . Její hodnotu dostaneme dosazením tlaku, teploty a molárního objemu za normálních podmínek do rovnice (16). Pak dostaneme **molární plynovou konstantu**

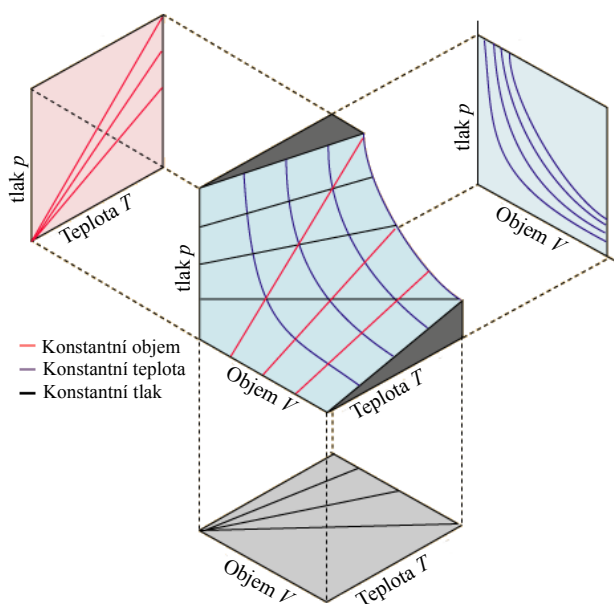
$$R = \frac{1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 22,414 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{273,15 \text{ K}} = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}.$$



Stavovou rovnici ideálního plynu lze tedy napsat

$$pV = nRT, \quad (17)$$

kde p , V , T jsou stavové veličiny v libovolném stavu ideálního plynu a R je molární plynová konstanta, $R=8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$



obr. 4.6 Grafický rozbor stavové rovnice

Pro n molů plynu je konstanta na pravé straně rovnice (16) rovna nR .

Dosadíme-li do rovnice (17) látkové množství ve tvaru (10) dostaneme

$$pV = \frac{N}{N_A} RT. \quad (18)$$

nebo-li

$$pV = NkT, \quad (19)$$

kde jsme zavedli **Boltzmannovu konstantu**

$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}}{6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}} = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} . \quad (20)$$

Boltzmannova konstanta je plynová konstanta vztažená na jednu molekulu plynu.

4.3 Kontrolní otázky

- (1) Co je to izoterma? Jaký má tvar v p - V diagramu?
- (2) Znázorněte jednoduché děje v plynech v p - V diagramu!
- (3) Napište stavovou rovnici pro libovolné množství plynu!
- (4) Napište stavovou rovnici pro jeden mol plynu!
- (5) Jak se mění poměr tlaku a hustoty plynu při konstantní teplotě?



4.4 Příklady k procvičení

Řešený příklad 4.1

Hustota dusíku při teplotě 0°C a tlaku $1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ je $1,251 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Určete
 a) Kolik molů obsahuje jeden litr dusíku při teplotě 0°C ? b) Jaká je hmotnost jednoho litru dusíku při teplotě 35°C a tlaku 130 kPa ?



Řešení:

a) Ze stavové rovnice $p_1 V_1 = n_1 R T_1$ určíme látkové množství n_1 pro teplotu $T_1 = 273 \text{ K}$, tlak $p_1 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ a objem $V_1 = 0,001 \text{ m}^3$, tedy

$$n_1 = \frac{p_1 V_1}{R T_1} = \frac{1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot 273 \text{ K}} = 0,0445 \text{ mol} .$$

b) Dále určíme molární hmotnost dusíku. Využijeme k tomu rovnici $n_1 = \frac{m_1}{M}$, kde látkové množství n_1 přebereme z části a) řešení příkladu a m_1 získáme z hustoty $m_1 = \rho_1 V_1$, tedy

$$M = \frac{\rho_1 V_1}{n_1} = \frac{1,251 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{0,0445 \text{ mol}} = 28,11 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} .$$

Hmotnost jednoho litru dusíku pro teplotu $T_2 = 308 \text{ K}$ a tlak $p_2 = 130 \text{ kPa}$ dostaneme ze stavové rovnice $p_2 V_2 = n_2 R T$, kam dosadíme $n_2 = \frac{m_2}{M}$ a odtud

$$m_2 = \frac{p_2 V_2}{R T_2} M = \frac{1,3 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot 308 \text{ K}} \cdot 28,11 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} = \\ = 1,43 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 1,43 \text{ g} .$$




Řešený příklad 4.2

V posluchárně o rozměrech 6 m, 7 m, 3,5 m je teplota 18 °C a tlak 100 kPa. Vypočítejte a) kolik kilogramů vzduchu je v této posluchárně b) kolik kilogramů vzduchu unikne, nezmění-li se tlak a zvýší-li se teplota na 24 °C. Molární hmotnost vzduchu je 29 g.mol⁻¹.



Řešení:

a) Pro teplotu $T_0 = 18\text{ °C} = 291\text{ K}$ a tlak $p_0 = 10^5\text{ Pa}$ napíšeme stavovou rovnici ve tvaru

$$p_0 V_0 = \frac{m_0}{M} R T_0 ,$$

ze které vypočítáme hmotnost

$$m_0 = \frac{p_0 V_0 M}{R T_0} = \frac{10^5\text{ Pa} \cdot 147\text{ m}^3 \cdot 29 \cdot 10^{-3}\text{ kg.mol}^{-1}}{8,314\text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot 291\text{ K}} = 176,3\text{ kg} ,$$

kde objem $V_0 = 6\text{ m} \cdot 7\text{ m} \cdot 3,5\text{ m} = 147\text{ m}^3$.

b) Při nezměněném tlaku a objemu a změněné teplotě je hmotnost

$$m = \frac{p_0 V_0 M}{R T} .$$

Odečtením m_0 dostaneme

$$\Delta m = m - m_0 = \frac{p_0 V_0 M}{R T} - \frac{p_0 V_0 M}{R T_0} = \frac{p_0 V_0 M}{R} \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) ,$$

po dosazení zadaných hodnot dostaneme úbytek hmotnosti (záporný výsledek)

$$\Delta m = \frac{1 \cdot 10^5\text{ Pa} \cdot 147\text{ m}^3 \cdot 29 \cdot 10^{-3}\text{ kg.mol}^{-1}}{8,314\text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}} \cdot \left(\frac{1}{297\text{ K}} - \frac{1}{291\text{ K}} \right) = -3,5\text{ kg} .$$


Řešený příklad 4.3

Tlaková nádoba obsahuje stlačený plyn teploty 27 °C a tlaku 4 MPa. Jak se změní jeho tlak, jestliže poloviční množství plynu vypustíme a teplota plynu přitom poklesne o 15 °C?



Řešení:

Stavovou rovnici v počátečním stavu napíšeme ve tvaru $p_1 V = \frac{n}{2} R T_1$ a

v konečném stavu ve tvaru $p_2 V = \frac{n}{2} R T_2$. Když mezi sebou rovnice vydělíme, bude

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{2 T_1}$$

a odtud

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{2 T_1} = 4 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot \frac{285 \text{ K}}{2 \cdot 300 \text{ K}} = 1,90 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 1,90 \text{ MPa}$$

Řešený příklad 4.4

Vypočítejte hmotnost 5 m^3 vzduchu a) na povrchu Země, b) ve výšce $h = 4 \text{ km}$ nad Zemí, když na povrchu Země je hustota vzduchu $1,293 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a atmosférický tlak $101,3 \text{ kPa}$.



Řešení:



a) Na povrchu Země bude mít uvažovaný objem vzduchu hmotnost

$$m_0 = \rho_0 V = 1,293 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 5 \text{ m}^3 = 6,47 \text{ kg} .$$

b) Podobně ve výšce h bude mít uvažovaný objem vzduchu hmotnost $m = \rho V$, kde ρ je hustota vzduchu ve výšce h . Tu určíme úpravou stavové rovnice na tvar

$$p M = \frac{m}{V} R T = \rho R T \text{ a odsud } \rho = \frac{p M}{R T} .$$

Tlak vzduchu ve výšce h určíme pomocí závislosti (viz modul Chobola: Mechanika deformovatelných těles)

$$p = p_0 \exp \left(- \frac{\rho_0 g}{p_0} h \right) ,$$

kteřou dosadíme do předchozí rovnice a určíme hustotu vzduchu ve výšce h ,

$$\rho = \frac{p_0 M}{R T} \exp \left(- \frac{\rho_0 g}{p_0} h \right) = \rho_0 \exp \left(- \frac{\rho_0 g}{p_0} h \right) ,$$

kde

$$\rho_0 = \frac{p_0 M}{R T}$$

je hustota vzduchu na povrchu Země pro izotermickou atmosféru. Hledaná hmotnost vzduchu o objemu 5 m^3 ve výšce $h = 4 \text{ km}$ bude

$$m = \rho V = \rho_0 V \exp \left(- \frac{\rho_0 g}{p_0} h \right) .$$

a po dosazení

$$m = 6,465 \text{ kg} \cdot \exp \left(- \frac{1,293 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}} \cdot 4000 \text{ m} \right) = 3,92 \text{ kg} .$$

Řešený příklad 4.5

Jak hluboko pod povrchem jezera se bude hustota vzduchové bubliny rovnat 1 % hustoty vody? Teplota vzduchové bubliny je $4 \text{ }^\circ\text{C}$ a atmosférický tlak vzduchu nad hladinou jezera je 100 kPa . Hustota vzduchu při tomto tlaku a teplotě $0 \text{ }^\circ\text{C}$ je $1,293 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.





Řešení:

Vztahy pro závislost hustoty vzduchu na jeho tlaku a teplotě pro bublinu v hloubce h a na hladině převezmeme z řešení předchozího příkladu, tedy

$$\rho = \frac{p M}{R T}, \quad \rho_0 = \frac{p_0 M}{R T_0}.$$

Po vzájemném vydělení obou rovnic je

$$\rho = \rho_0 \frac{p T_0}{p_0 T},$$

kde $p = p_0 + \rho_1 g h$ je tlak vzduchu v bublině pod vodou v hloubce h , (ρ_1 je hustota vody). Po dosazení tlaků bude hustota vzduchu v hloubce h

$$\rho = \rho_0 \frac{(p_0 + \rho_1 g h) T_0}{p_0 T}.$$

Vyjádřením h z poslední rovnice a s využitím podmínky ze zadání příkladu

$$\rho = \frac{\rho_1}{100} \text{ dostaneme}$$

$$h = p_0 \frac{\frac{\rho T}{\rho_0} - T_0}{\rho_1 g T_0} = p_0 \frac{\frac{\rho_1 T}{100 \rho_0} - T_0}{\rho_1 g T_0} = p_0 \frac{\rho_1 T 100 \rho_0 - T_0}{100 \rho_0 \rho_1 g T_0},$$

numericky

$$h = 10^5 \text{ Pa} \cdot \frac{10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 277 \text{ K} \cdot 100 \cdot 1,293 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} - 273 \text{ K}}{100 \cdot 1,293 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 273 \text{ K}} = 70,7 \text{ m}.$$



Řešený příklad 4.6

Jaká výsledná síla působí na balón objemu 3000 m^3 naplněný a) vodíkem, b) héliem ve výšce 6000 m nad povrchem Země, při teplotě 0°C a tlaku 50 kPa ? Hustota vzduchu za normálních podmínek ($p_0=101 \text{ kPa}$, $T_0=273 \text{ K}$) je $1,293 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.



Řešení:

Balón je ve vzduchu nadlehčován silou, která je rozdílem vztlakové síly vypočtené podle Archimédova zákona a tíhy balónu, tedy $F = \rho_v V g - \rho_p V g$, kde ρ_v je hustota vzduchu, ve kterém se balón vznáší a ρ_p je hustota plynu, kterým je balón naplněn. Hustotu vzduchu ve výšce h určíme z rovnice

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 g h}{p_0}\right),$$

kteřou jsme odvodili při řešení příkladu 4.4 a která bude mít po dosazení hodnotu

$$\rho = 1,293 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \exp\left(-\frac{1,293 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{101 \cdot 10^3 \text{ Pa}} \cdot 6000 \text{ m}\right) = 0,609 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

Pro výpočet hustoty vodíku resp. hélia použijeme rovnici

$$\rho = \frac{p M}{R T}$$

rovněž odvozenou v příkladu [7]. To dává pro vodík, jehož molekula má molární hmotnost 2 g.mol^{-1} , hodnotu

$$\rho_{\text{H}} = \frac{50 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}}{8,314 \text{ J.K}^{-1}\text{mol}^{-1} \cdot 273 \text{ K}} = 0,0447 \text{ kg.m}^{-3}$$

a pro hélium, jehož molekula má molární hmotnost 4 g.mol^{-1}

$$\rho_{\text{He}} = \frac{50 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}}{8,314 \text{ J.K}^{-1}\text{mol}^{-1} \cdot 273 \text{ K}} = 0,0894 \text{ kg.m}^{-3} .$$

Nyní, po nalezení všech potřebných hustot, již můžeme najít výslednou sílu, kterou je balón nadlehčován.

a) Pro vodík

$$F_{\text{H}} = 3000 \text{ m}^3 \cdot 9,81 \text{ m.s}^{-2} \cdot (0,609 \text{ kg.m}^{-3} - 0,0447 \text{ kg.m}^{-3}) = 16,6 \cdot 10^3 \text{ N} = 16,6 \text{ kN},$$

b) pro hélium

$$F_{\text{He}} = 3000 \text{ m}^3 \cdot 9,81 \text{ m.s}^{-2} \cdot (0,609 \text{ kg.m}^{-3} - 0,0894 \text{ kg.m}^{-3}) = 15,3 \text{ kN} .$$

Řešený příklad 4.7

Tenký balónek kulového tvaru o poloměru 10 cm, nafouknutý vzduchem, začne stoupat ze dna nádrže hluboké 10 m. Teplota vody u hladiny je $20 \text{ }^\circ\text{C}$ a u dna $7 \text{ }^\circ\text{C}$. Jaký bude poloměr balónku až vystoupí k hladině?

Řešení:

Vzduch v balónku, jehož látkové množství n se nemění, považujeme za termodynamickou soustavu, pro kterou platí stavová rovnice. U dna ji napíšeme ve tvaru $p_1 V_1 = n R T_1$, u hladiny bude $p_2 V_2 = n R T_2$. Rovnice mezi sebou vydělíme a po úpravě dostaneme objem

$$V_2 = V_1 \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} .$$

Balónek tvaru koule má u dna objem $V_1 = \frac{4}{3} \pi r_1^3$, protože u dna je tlak součet hydrostatického a atmosférického tlaku $p_1 = \rho g h + p_a$. U hladiny, kde je atmosférický tlak $p_2 = p_a$, má objem $V_2 = \frac{4}{3} \pi r_2^3$. Dosazením objemů a tlaků dostaneme

$$\frac{4}{3} \pi r_2^3 = \frac{4}{3} \pi r_1^3 \frac{(\rho g h + p_a) T_2}{p_a T_1}$$

a úpravou



$$r_2 = r_1 \sqrt[3]{\frac{(\rho g h + p_a) T_2}{p_a T_1}},$$

po dosazení

$$r_2 = 10 \text{ cm} \sqrt[3]{\frac{(10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 10 \text{ m} + 10^5 \text{ Pa}) \cdot 293 \text{ K}}{10^5 \text{ Pa} \cdot 280 \text{ K}}} = 12,8 \text{ cm}.$$

**Neřešený příklad 4.8**

Určete hustotu CO_2 při teplotě 0°C a tlaku 93 kPa, víte-li že při 0°C a tlaku 101 kPa je hmotnost jednoho litru CO_2 1,96 g. [$1,8 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$]

**Neřešený příklad 4.9**

Vypočtete hmotnost kyslíku uzavřeného při přetlaku 50 kPa a teplotě 25°C v nádrži o objemu 60 l. Tlak vzduchu je 101 kPa. [117 g]

**Neřešený příklad 4.10**

Určete hustotu CO_2 při tlaku 90 kPa a teplotě 10°C , víte-li, že atomová hmotnost uhlíku je 12 a atomová hmotnost kyslíku je 16. [$1,68 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$]

5 Souvislost stavových veličin s pohybem částic

Termodynamické soustavy obsahují velký počet částic (atomů nebo molekul) stejného typu. Stavové veličiny, které popisují vnější projev těchto soustav, nejsou veličiny popisující vlastnosti individuálních částic, ale jsou to veličiny související se středními hodnotami veličin všech částic. Vztahy pro výpočet těchto středních hodnot nám poskytuje počet pravděpodobnosti. V dalším výkladu se omezíme na ideální plyn.

5.1 Hustota rozdělení rychlostí molekul

Budeme se zajímat o rychlosti částic, které tvoří plyn, tedy o rychlosti molekul plynu. Považujme rychlost molekuly za náhodnou veličinu a vezměme si na pomoc pravděpodobnost. Zaveďme hustotu rozdělení rychlostí molekul plynu. Ve shodě s počtem pravděpodobnosti to bude funkce $f(v)$ pro kterou platí

$$f(v) dv = \frac{dN}{N}, \quad (21)$$

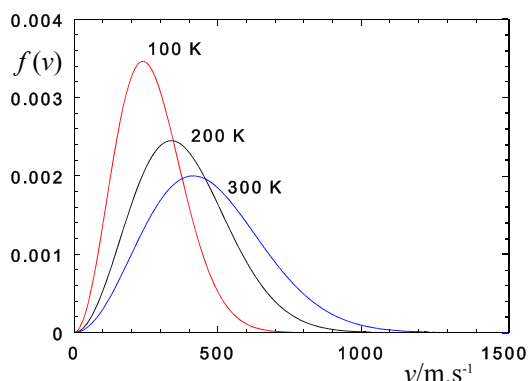
kde dN je počet molekul plynu s rychlostí v intervalu $(v, v + dv)$ a N je počet všech molekul v plynu. Je zřejmé, že rychlost každé molekuly musí patřit do intervalu $(0, \infty)$ a proto musí v souladu s rovnicí (21) platit

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1. \quad (22)$$

Rovnice (22) je **normovací podmínka** hustoty rozdělení rychlostí molekul.

Funkci **hustoty rozdělení rychlostí molekul ideálního plynu** odvodili **Maxwell a Boltzmann** ve tvaru

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp\left(-\frac{m v^2}{2kT}\right), \quad (23)$$



obr. 5.1 Hustota rozdělení rychlostí molekul vzduchu pro tři teploty

kde v je rychlost molekuly plynu, m hmotnost jedné molekuly, k je Boltzmannova konstanta a T je absolutní teplota plynu. Graficky je vztah (23) znázorněn pro vzduch a tři teploty plynu na obr. 5.1. Jak je vidět, hustota rozdělení rychlostí molekul není symetrická funkce. Maximu křivky odpovídá nejpravděpodobnější rychlosti molekul. Na grafu dále můžeme zhodnotit vliv teploty na rozložení rychlostí. Zvýšením teploty dojde k posuvu nejpravděpodobnější

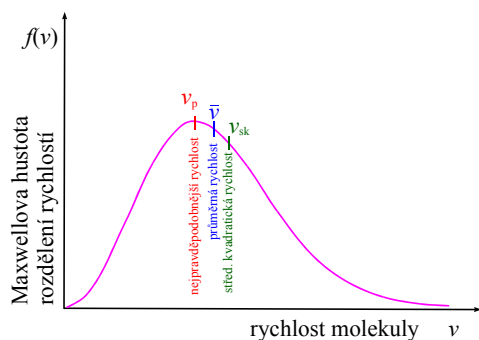


Pravděpodobnost, že rychlost molekuly bude mezi 0 až ∞ je jistota.

rychlosti k vyšším hodnotám. Zvýšením hmotnosti molekuly dojde ke snížení nejpravděpodobnější rychlosti částic.

5.2 Charakteristické rychlosti molekul plynu

Zjistit skutečné rychlosti jednotlivých molekul plynu není možné. Z hlediska fyziky jsou však zajímavé spíše veličiny, popisující plyn jako celek, což jsou takové, které jsou přístupné měření.



obr. 5.2 Charakteristické rychlosti molekul plynu

Z funkce hustoty rozdělení rychlostí molekul ideálního plynu (23) můžeme spočítat tři charakteristické rychlosti pro molekuly ideálního plynu. Jsou to **rychlost nejpravděpodobnější**, **rychlost průměrná** a **nejvýznamnější rychlost střední kvadratická**.

5.2.1 Nejpravděpodobnější rychlost

Nejpravděpodobnější rychlost molekul plynu v_p je rychlost, kterou se pohybuje největší počet molekul plynu. Tato rychlost tedy odpovídá maximální hodnotě rozdělovací funkce (23). Proto ji vypočítáme tak, že derivaci funkce $\frac{df(v)}{dv}$ položíme rovnu nule. Tím dostaneme rovnici

$$\left[v_p^2 \left(-\frac{m v_p}{kT} \right) + 2v_p \right] \exp\left(-\frac{m v_p^2}{2kT}\right) = 0, \quad (24)$$

ve které musí být nulový člen v hranaté závorce. Jednoduchým uspořádáním dostáváme výraz pro nejpravděpodobnější rychlost molekul plynu

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}. \quad (25)$$

5.2.2 Průměrná rychlost

Průměrná rychlost molekul plynu \bar{v} je střední hodnota všech rychlostí molekul plynu. Vypočteme ji tedy jako

$$\bar{v} = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} v N f(v) dv, \quad (26)$$

kde $dN = v N f(v)$ je, v souladu s definicí (21), počet molekul pohybující se rychlostí v až $v+dv$. Po dosazení rozdělovací funkce (23), substitucí $z = \frac{mv^2}{2kT}$ a integraci dostaneme pro průměrnou rychlost molekul plynu výsledek

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} . \quad (27)$$

5.2.3 Střední kvadratická rychlost

Pro popis termodynamické soustavy jedinou rychlostí molekul není nejvýhodnější nejpravděpodobnější rychlost. Pro popis je výhodnější **střední kvadratická rychlost** molekul plynu v_{sk} . Definujeme ji tak, že její kvadrát zjišťujeme jako střední hodnotu kvadrátů rychlostí jednotlivých částic, tedy podle rovnice

$$v_{sk}^2 = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} v^2 dN = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} v^2 N f(v) dv , \quad (28)$$

ve které $dN = N f(v) dv$ udává v souladu s definicí (21) počet molekul s rychlostí v až $v+dv$. Integrál ve vztahu (28) tedy udává součet kvadrátů rychlostí všech částic. Vydělíme-li jej počtem částic N , dostáváme čtverec střední kvadratické rychlosti jedné částice. Řešením rovnice (28) s využitím rozdělovací funkce (23) dostaneme

$$v_{sk}^2 = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT}\right)^{\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} v^4 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv . \quad (29)$$

Po vyřešení integrálu v rovnici (29) získáme vztah pro střední kvadratickou rychlost molekul plynu

$$v_{sk} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} . \quad (30)$$

Střední kvadratická rychlost má pro termiku mimořádný význam. Je to proto, že řada veličin v termice (např. vnitřní energie, teplota, tlak) jsou funkcí kvadrátů rychlostí. Počítáme-li tedy např. průměrnou energii molekuly, hledáme vlastní střední hodnotu kvadrátů rychlostí (protože $E_k = \frac{1}{2}mv^2$). Proto budeme při odvozování veličin, které závisí na rychlosti molekuly, dosazovat za rychlost střední kvadratickou rychlost.



Pomocí střední kvadratické rychlosti snadno vyjádříme teplotu nebo tlak ideálního plynu. Jednoduchou úpravou rovnice (30) dostaneme teplotu ve tvaru

$$T = \frac{1}{3} \frac{m v_{\text{sk}}^2}{k} \quad (31)$$

Pokud chceme získat tlak plynu, upravíme stavovou rovnici (19) na tvar $p = \frac{NkT}{V}$ a postupně dosadíme za teplotu z rovnice (31), a zlomek $\frac{Nm}{V}$ nahradíme hustotou plynu, protože Nm je celková hmotnost plynu. Dostaneme rovnici

$$p = \frac{1}{3} \rho v_{\text{sk}}^2, \quad (32)$$

kteřou jsme již odvodili jiným způsobem v kapitole 3.1.



5.3 Kontrolní otázky

- (1) *Napište normovací podmínku pro hustotu rozdělení rychlostí molekul!*
- (2) *Je funkce hustoty rozdělení rychlostí molekul plynu závislá na polohách molekul a na směru jejich rychlostí?*
- (3) *Vyjádřete graficky tvar funkce hustoty rozdělení rychlostí molekul $f(v)$ pro tři rostoucí teploty plynu!*
- (4) *Vyjádřete graficky tvar funkce hustoty rozdělení rychlostí molekul $f(v)$ pro tři rostoucí hmotnosti molekul!*
- (5) *Čemu odpovídá maximum funkce hustoty rozdělení rychlostí molekul $f(v)$?*
- (6) *Jak je definována střední kvadratická rychlost molekul plynu?*
- (7) *Proč má pro termiku střední kvadratická rychlost mimořádný význam?*
- (8) *Jak závisí teplota plynu na střední kvadratické rychlosti jeho molekul?*
- (9) *Jak závisí tlak plynu na střední kvadratické rychlosti jeho molekul?*



5.4 Příklady k procvičení

Řešený příklad 5.1

Při které teplotě se střední kvadratická rychlost molekul oxidu uhličitého rovná střední kvadratické rychlosti molekul dusíku při teplotě 0°C?



Řešení

Hmotnost jedné molekuly plynu označíme m_0 a rovnici pro střední kvadratickou rychlost molekul plynu (30) upravíme s využitím relace pro Boltzmannovu konstantu

$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{R}{\frac{M}{m_0}} = \frac{m_0 R}{M}$$

na tvar

$$v_{\text{sk}} = \sqrt{\frac{3 k T}{m_0}} = \sqrt{\frac{3 R T}{M}} .$$

Využijeme zadané podmínky pro rovnost středních kvadratických rychlostí pro dva různé plyny při dvou různých teplotách, tedy

$$\sqrt{\frac{3 R T_1}{M_1}} = \sqrt{\frac{3 R T_2}{M_2}} .$$

Molární hmotnost dusíku N_2 je $M_1 = 28 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ a molární hmotnost CO_2 $M_2 = (12+32) \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1} = 44 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$. Pro hledanou teplotu oxidu uhličitého, tedy dostaneme

$$T_2 = \frac{M_2}{M_1} T_1 ,$$

po dosazení hodnot

$$T_2 = \frac{44 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}}{28 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}} \cdot 273 \text{ K} = 429 \text{ K} ,$$

což je $156 \text{ }^\circ\text{C}$.

Řešený příklad 5.2

Vypočítejte, kolik procent molekul argonu se při teplotě $120 \text{ }^\circ\text{C}$ pohybuje v intervalu rychlostí od $2000 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ do $2330 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$!

Řešení:

Relativní počet molekul, vztažený k celkovému počtu molekul N , s rychlostí v intervalu $(v, v+dv)$, udává vztah vycházející z rovnice (21) $\frac{dN}{N} = f(v) dv$,

kam za hustotu rozdělení rychlostí dosadíme rovnici (23), tedy

$$\frac{dN}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv . \quad (\text{P1})$$

hustotu rozdělení rychlostí zjednodušíme zavedením relativní rychlosti v_r jejíž diferenciál získáme derivací

$$v_r = \frac{v}{v_p} = \frac{v}{\sqrt{\frac{2kT}{m}}} , \quad dv = d\left(v_r \sqrt{\frac{2kT}{m}}\right) , \quad (\text{P2})$$

kde v_p je nejpravděpodobnější rychlost molekul plynu určená rovnicí (25).

Po dosazení obou substitucí (P2) do výchozí rovnice (P1) je

$$\frac{dN}{N} = f(v_r) dv_r = \frac{4}{\sqrt{\pi}} v_r^2 \exp(-v_r^2) dv_r , \quad (\text{P3})$$



přičemž zde, na rozdíl od významu v rovnici (P1), poměr $\frac{dN}{N}$ určuje relativní počet molekul s rychlostí v intervalu $\langle v_r, v_r + dv_r \rangle$. Relativní počet molekul, jejichž rychlost překračuje určitou hodnotu, jinými slovy počet molekul, jejichž relativní rychlosti leží v intervalu $\langle v_r, \infty \rangle$, určuje integrál

$$\frac{N_x}{N} = \int_{v_r}^{\infty} \frac{4}{\sqrt{\pi}} v_r^2 \exp(-v_r^2) dv_r. \quad (\text{P4})$$

Nejpravděpodobnější rychlost molekul plynu v souladu s rovnicí (25) je

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{N_A m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}},$$

kam jsme postupně dosazovali vztahy $k = \frac{R}{N_A}$ a $M = N_A m$. Po dosazení hodnot

$$v_p = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot 393 \text{ K}}{40 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}}} = 404 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 1454 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

Dále podle zadání příkladu hledáme relativní rychlosti

$$v_{r1} = \frac{v_1}{v_p} = \frac{2000 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}}{1454 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}} = 1,375, \quad v_{r2} = \frac{v_2}{v_p} = \frac{2330 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}}{1454 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}} = 1,602.$$

Numerickou integrací rovnice (P4) dostaneme relativní počet molekul s vyšší relativní rychlostí než 1,375 $\frac{N_x}{N} = 0,30$ a relativní počet molekul s

vyšší relativní rychlostí než 1,602 $\frac{N_x}{N} = 0,18$. Zjistili jsme, že 30 % molekul má větší rychlost než 2000 km.h⁻¹ a 18 % molekul má rychlost vyšší než 2330 km.h⁻¹. V intervalu rychlostí 2000 km.h⁻¹ až 2330 km.h⁻¹ se pohybuje rozdíl (30 – 18) % = 12 % molekul argonu.



Neřešený příklad 5.3

Při jaké teplotě je střední kvadratická rychlost molekul dusíku právě poloviční jako při pokojové teplotě 20 °C? [-200 °C]



Neřešený příklad 5.4

Kolik molekul je v nádobě tvaru koule o poloměru 3 cm naplněné kyslíkem, když jeho teplota je 27 °C a tlak 1,33 · 10⁻² Pa? [3,63 · 10¹⁴ molekul]



Neřešený příklad 5.5

Střední kvadratická rychlost molekul plynu je 1200 m.s⁻¹. Jakým tlakem působí tento plyn na stěnu nádoby, je-li jeho hustota 1,29 kg.m⁻³? [6,19 · 10⁵ Pa]

6 Teplotní roztažnost látek

Všechny látky (kromě několika anomálií) se s rostoucí teplotou roztahují. U plynů hovoříme o **rozpínavosti** a ta byla popsána v předchozím článku.

Zde se zaměříme na **teplotní roztažnost** pevných látek a kapalin, která je (až na výjimky) podstatně menší než u plynů. Budeme předpokládat, že změnám rozměrů není bráněno, a že napětí v látce je tedy nulové.

6.1 Délková a teplotní roztažnost

Teplotní délkové změny se popisují **teplotním součinitelem délkové roztažnosti** α . Je definován vztahem

$$\alpha = \frac{1}{l} \left(\frac{\partial l}{\partial T} \right), \quad (33)$$

kde l je délkový rozměr tělesa a $\frac{\partial l}{\partial T}$ je změna délkového rozměru tělesa připadající na teplotní změnu 1 K. Teplotní součinitel α je obecně funkcí teploty, v omezeném teplotním rozsahu však můžeme jeho teplotní závislost zanedbat.

V tom případě, v souladu s definicí (33), je délka tělesa určena vztahem

$$l(T) = l_0(1 + \alpha \Delta T), \quad \text{kde } \Delta T = T - T_0, \quad (34)$$

kde $l(T)$ je délka tělesa odpovídající teplotě T a l_0 je délka tělesa odpovídající teplotě T_0 .

6.2 Objemová teplotní roztažnost

Objemovou teplotní změnu těles dostaneme tak, že si těleso představíme jako kvádr rozměrů a_0, b_0, c_0 při teplotě T_0 a rozměrů a, b, c při teplotě T . Pak s využitím rovnice (34) dostaneme objem tělesa při teplotě T

$$V = a b c = a_0 b_0 c_0 (1 + \alpha \Delta T)^3, \quad (35)$$

Třetí mocninu závorky je možné provést a zanedbat všechny členy s ΔT s mocninou větší 2. Za předpokladu, že $V_0 = a_0 b_0 c_0$ je objem tělesa při teplotě T_0 , dostaneme

$$V = V_0 (1 + \gamma \Delta T), \quad (36)$$

kde γ je **teplotní součinitel objemové roztažnosti**.





Teplotní součinitel objemové roztažnosti $\gamma = 3\alpha$ je definován vztahem

$$\gamma = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right). \quad (37)$$

kde V je objem tělesa a $\frac{\partial V}{\partial T}$ je změna objemu tělesa připadající na teplotní změnu 1 K.



6.3 Kontrolní otázky:

- (1) *Definujte teplotní součinitele délkové a objemové roztažnosti látek!*
- (2) *Pomocí Gay-Lussacova zákona odvoďte hodnotu teplotního součinitele objemové roztažnosti plynů při konstantním tlaku! [Výsledek: $\gamma=1/T_0$]*
- (3) *Jaký pohyb částic je příčinou teplotní roztažnosti látek?*
- (4) *Proč se neprojeví teplotní roztažnost látky, jejíž molekuly se pohybují jako lineární harmonické oscilátory?*
- (5) *Jak souvisí teplotní součinitel délkové roztažnosti s meziatomovou vzdáleností látky?*
- (6) *Jak ovlivňuje frekvence a hmotnost kmitajících částic, ze kterých je látka složena, její teplotní součinitel délkové roztažnosti? [Pomůcka: viz definice tuhosti oscilátoru!]*

6.4 Příklady k procvičení



Řešený příklad 6.1

Mosazná koule má při teplotě 15 °C průměr 4 cm. Jakým minimálním kruhovým otvorem by koule prošla při teplotě 555 °C? Pro mosaz je teplotní součinitel délkové roztažnosti $\alpha = 19 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Řešení

Hledáme průměr koule při teplotě $T_2 = 555 \text{ °C}$. Najdeme ho řešením rovnice

$$d = d_0 (1 + \alpha \Delta T) = 4 \text{ cm} \cdot [1 + 19 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \cdot (555 - 15) \text{ K}] = 4,04 \text{ cm} .$$



Řešený příklad 6.2

Ocelovou tyč s průřezem 2 cm² zahřejeme z teploty 0 °C na teplotu 50 °C a pak ji prudce ochladíme na původní teplotu. Jakou nejmenší silou ve směru osy tyče musíme působit na tyč, aby se při ochlazení nezkrátila. Předpokládáme, že modul pružnosti má hodnotu $E = 20,6 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$, která se s teplotou nemění. Teplotní součinitel délkové roztažnosti pro ocel je $12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Řešení:

Zvýšením teploty o ΔT , se tyč prodlouží o $\Delta l = l_0 \alpha \Delta T$. O stejnou hodnotu by se tyč zkrátila snížením teploty o ΔT . Aby se tyč nezkrátila, je potřeba ve směru její osy působit silou, která by vyvolala prodloužení o Δl , tedy

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S},$$

kde E je modul pružnosti v tahu. Z toho

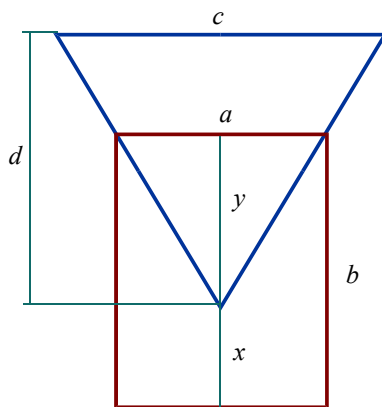
$$F = \frac{E S}{l_0} \Delta l = \frac{E S}{l_0} l_0 \Delta T \alpha = E S \Delta T \alpha,$$

což po dosazení bude

$$F = 20,6 \cdot 10^{10} \text{ Pa} \cdot 2 \cdot (10^{-2} \text{ m})^2 \cdot 50^\circ \text{C} \cdot 12 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ \text{C}^{-1} = 24\,720 \text{ N} = 24,7 \text{ kN}.$$

Řešený příklad 6.3

Ocelový kužel, který má při pokojové teplotě $T_0 = 20^\circ \text{C}$ základnu o průměru $c_0 = 12 \text{ cm}$ a výšku $d_0 = 14 \text{ cm}$, je vsunut vrcholem dolů do hliníkové válcové nádoby, která má při pokojové teplotě průměr základny $a_0 = 10 \text{ cm}$ a výšku $b_0 = 30 \text{ cm}$, jak ukazuje obrázek obr. A.11. Kužel i s nádobou zahřejeme na teplotu $T = 300^\circ \text{C}$. a) Vypočítejte, o kolik milimetrů se po zahřátí změní vzdálenost vrcholu kužele od dna nádoby. b) Rozhodněte, zda se vzdálenost zvětší nebo zmenší. Teplotní součinitel délkové roztažnosti pro ocel je $\alpha_1 = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ a pro hliník $\alpha_2 = 24 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.



Řešení:

a) Z podobnosti trojúhelníků vyplývá

$$\frac{c}{d} = \frac{a}{y} \text{ a tedy } y = a \frac{d}{c}.$$

Hledaná vzdálenost od dna nádoby je

$$x = b - y = b - a \frac{d}{c}.$$

Rozdíl této vzdálenosti pro teplou a studenou soustavu je

$$\Delta x = x - x_0 = b - a \frac{d}{c} - \left(b_0 - a_0 \frac{d_0}{c_0} \right) =$$

$$= b_0 (1 + \alpha_2 \Delta T) - a_0 (1 + \alpha_2 \Delta T) \frac{d_0 (1 + \alpha_1 \Delta T)}{c_0 (1 + \alpha_1 \Delta T)} - b_0 + a_0 \frac{d_0}{c_0} =$$

$$= b_0 \alpha_2 \Delta T - a_0 \alpha_2 \Delta T \frac{d_0}{c_0} = \alpha_2 \Delta T (b_0 - a_0 \frac{d_0}{c_0}) = \alpha_2 \Delta T x_0$$

a po dosažení teplotního rozdílu $\Delta T = T - T_0 = 280 \text{ K}$ a ostatních zadaných veličin

$$\Delta x = 24 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \cdot 280 \text{ K} \cdot \left(30 \text{ cm} - 10 \text{ cm} \cdot \frac{14 \text{ cm}}{12 \text{ cm}} \right) = 0,123 \text{ cm} = 1,23 \text{ mm}.$$

b) Má-li se vzdálenost po zahřátí zvětšit, musí platit $\Delta x > 0$, neboli

$$x_0 = b_0 - a_0 \frac{d_0}{c_0} > 0,$$

což odpovídá podmínce

$$b_0 > a_0 \frac{d_0}{c_0} = 10 \text{ cm} \cdot \frac{14 \text{ cm}}{12 \text{ cm}} = 11,7 \text{ cm},$$

která je splněna. Vzdálenost po zahřátí se tedy zvětší.



Neřešený příklad 6.4

Při teplotě $10 \text{ }^\circ\text{C}$ má zinková tyč délku 200 mm a měděná 201 mm . Jejich příčné rozměry jsou při této teplotě stejné. Při které teplotě budou mít obě tyče a) stejné délky, b) stejný objem. Teplotní součinitel délkové roztažnosti pro zinek je $26,3 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, pro měď $16,8 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. [a) $541 \text{ }^\circ\text{C}$, b) $187 \text{ }^\circ\text{C}$]



Neřešený příklad 6.5

Tenkostěnná křemenná nádobka, jejíž teplotní roztažnost je zanedbatelná, je naplněna při $-22 \text{ }^\circ\text{C}$ suchým vzduchem tlaku 100 kPa a neprodyšně uzavřena. Určete teplotu, na kterou může být nádobka bezpečně zahřátá, snesou-li její stěny maximální tlak 151 kPa . [$106 \text{ }^\circ\text{C}$]

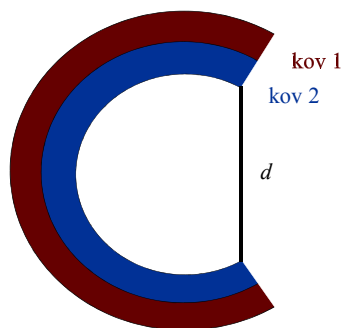
7 Měření teploty

Se změnou teploty látek se mění řada dalších veličin, které jsou poměrně snadno měřitelné a umožňují tedy měření teploty. Zařízení, pomocí kterého měříme teplotu, je **teploměr**, nebo **teplotní čidlo**. Podle toho, jestli teploměr dáváme do styku s látkou, jejíž teplotu měříme, rozdělujeme teploměry na **kontaktní** a **bezkontaktní**. Podle fyzikální veličiny, která na teplotu reaguje a pomocí které teplotu indikujeme, rozdělujeme teploměry do několika skupin.

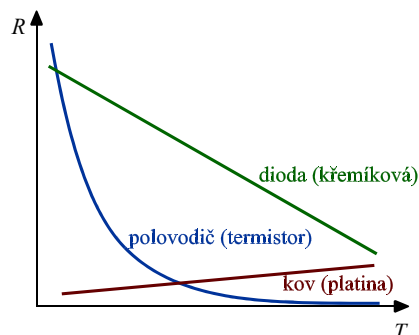
7.1 Dilatační teploměry

Dilatační teploměr pracuje na principu změny délky nebo objemu látky s teplotou. Princip **kapalinového teploměru** je dán odlišnou teplotní objemovou roztažností skleněné nádoby a v ní obsažené kapaliny. Kapalinou může být například **rtuť**. Má přibližně lineární teplotní roztažnost v rozmezí $-38,87\text{ }^{\circ}\text{C}$ (bod tuhnutí) až $265\text{ }^{\circ}\text{C}$. Při měření pod teplotu $-38\text{ }^{\circ}\text{C}$ se kapalinové teploměry plní **lihem** (ethylalkoholem), který je použitelný v oblasti teplot $-114\text{ }^{\circ}\text{C}$ (bod tuhnutí) až $78\text{ }^{\circ}\text{C}$ (bod varu).

Kapalinový teploměr můžeme sestavit rovněž jako **teplotní elektrický spínač**. Do kapiláry, v níž stoupá zespodu roztahující se rtuť, zavedeme shora tenký drátek, jehož koncovou polohu nastavíme magnetem. Po vystoupení rtuťového sloupce k drátku dojde k elektricky vodivému spojení kovů a uzavření elektrického obvodu.



obr. 7.2 Princip bimetalového teploměru



obr. 7.2 Teplotní závislost odporu pro kov, polovodič (termistor) a polovodičovou diodu

Kovové dilatační teploměry se používají hlavně jako spínače. V širším teplotním rozsahu mají průběh teplotní roztažnosti nelineární, a proto k měření absolutní teploty nejsou vhodné. Efekt délkových změn u kovových dilatačních teploměrů zvyšujeme pomocí geometrických úprav. Stočíme například kovový pásek větší délky do spirály, jeden jeho konec upevníme a druhý připevníme k ručičce, která na stupnici ukazuje teplotu. Dvojkovové nebo-li **bimetalové teploměry** pracují na principu různé teplotní roztažnosti dvou kovů. Spojíme-li plošně dva kovové pásy různé teplotní roztažnosti vytvarované do kruhového oblouku, jak dokumentuje obr. 7.2, bude se vlivem různé teplotní roztažnosti kovů měnit poloměr r oblouku a tím i vzdálenost d konce oblouku. Těto

vlastnosti lze využít především ke konstrukci spínacích teploměrů, umístíme-li na spojnici d proti sobě kontakty.

Tlakové teploměry

Tlakové teploměry jsou nádobky konstantního objemu naplněné plynem (vodík, helium, dusík a pod.), u něhož se v širokém rozsahu teplot mění tlak lineárně s teplotou, viz rovnice (12). Ke zjištění teploty měříme tlakoměrem tlak plynu.

7.2 Elektrické teploměry

a) **Elektrické odporové teploměry** jsou založeny na principu změny elektrického odporu látek s teplotou. Odpor **kovového odporového teploměru** s teplotou lineárně stoupá, přibližně podle rovnice

$$R = R_0 (1 + \beta \Delta T), \quad (38)$$

kde β je **teplotní součinitel elektrického odporu**, který je např. u platiny $\beta = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. **Citlivost odporových teploměrů**, tj. jejich relativní změna odporu při teplotní změně 1 K, je definována vztahem

$$s = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT}, \quad (39)$$

Pro kovy je citlivost ($s = \beta$) poměrně malá. Navíc kovové odporové teploměry nelze miniaturizovat, protože by se příliš zmenšil jejich elektrický odpor. Tím se nedá snížit jejich značná teplotní setrvačnost.

Mírou setrvačnosti teplotního čidla je časová konstanta

$$\tau = \frac{K}{\alpha S}, \quad (40)$$

kde K je tepelná kapacita čidla, S je jeho povrch a α je koeficient přestupu tepla mezi čidlem a okolím.

Výhodnější jsou **polovodičové odporové teploměry**, které nazýváme **termistory**. Jejich závislý odpor se řídí rovnicí

$$R = R_0 \exp\left(\frac{B}{T}\right), \quad (41)$$

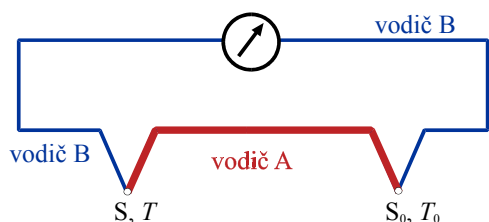
Citlivost termistoru $s = -\frac{B}{T^2}$ strmě klesá s rostoucí teplotou. Ještě v oblasti pokojových teplot je však citlivost termistorů větší než kovových odporových teploměrů, např. pro křemík při teplotě 300 K je $s = 1 \cdot 10^{-2} \text{ K}^{-1}$. Termistory je možné dobře miniaturizovat a tím snížit jejich teplotní setrvačnost.

Výhody kovových odporových teploměrů (lineární teplotní závislost) a termistorů (miniaturizace) spojuje odporový teploměr na bázi **polovodičové diody**. Závislost odporu na teplotě polovodičové diody v oblasti teplot 70 K až 400 K je klesající přímka

$$R=R_0(1+\beta\Delta T), \quad (42)$$

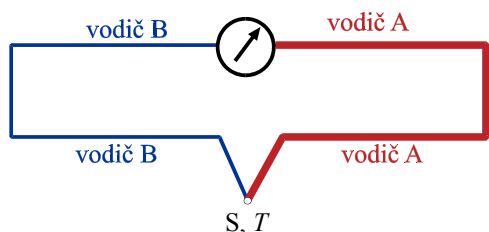
kde pro křemíkovou diodu je $\beta = -4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, tedy citlivost $s = \beta$ je přibližně stejně velká jako u kovových odporových teploměrů. Možnost miniaturizace je u diod velmi dobrá, navíc jsou cenově velmi dostupné. Ze všech uvedených odporových teploměrů jsou diodové odporové teploměry nejvýhodnější.

Grafické průběhy odporu v závislosti na teplotě pro kov, polovodič (termistor) a polovodičovou diodu jsou na obr. 7.2.



obr. 7.3 Termočlánek s referenčním spojem

ním dvou kovů nebo polovodičů, jejichž výstupní práce se liší. Výstupní práci se rozumí energie, kterou musíme dodat volnému elektronu v kovu nebo polovodiči, aby opustil povrch, tedy aby z kovu nebo polovodiče "vystoupil".



obr. 7.4 Termočlánek bez referenčního spoje

b) **Termočlánky** jsou elektrické teploměry, které na principu Seebeckova jevu převádějí teplotní rozdíl na **termoelektrické napětí**. Jde tedy o zdroje elektrického proudu, jejichž elektromotorické napětí se řídí rozdílem teplot. Klasický termočlánek vznikne spojením dvou kovů nebo polovodičů, jejichž výstupní práce se liší. Výstupní práci se rozumí energie, kterou musíme dodat volnému elektronu v kovu nebo polovodiči, aby opustil povrch, tedy aby z kovu nebo polovodiče "vystoupil".

$$U_T = a + b\Delta T + c\Delta T^2 + \dots, \quad (43)$$

Spojení provedeme ve dvou spojích S, S₀, jak uvádí obr. 7.3. Spoj termočlánek S₀ nazýváme referenční, na něm udržujeme definovanou konstantní teplotu T₀, např. T₀ = 0 °C. Druhý spoj termočlánek S slouží k měření teploty T, přičemž termoelektrické napětí na termočlátku U_T je funkcí rozdílu teplot $\Delta T = T - T_0$ podle rovnice, kde koeficienty a, b, c, ... jsou zjišťovány měřením nebo jsou tabelovány pro kombinace kovů nebo polovodičů. Dle požadované přesnosti výpočtu termoelektrického napětí se považují za nenulové pouze koeficienty a, b, při přesnějších měřeních ještě koeficient c. Termoelektrická napětí na kovových termočláncích bývají velmi malá (do 0,1 mV K⁻¹) a jejich měření vyžaduje citlivé voltmetry s vysokým vnitřním odporem nebo použití kompenzačních měřících metod.

Při méně přesných měřeních se používá zapojení termočlátku podle obr. 7.4. Potom se netemperuje referenční spoj, který se zde vlastně vyskytuje dvakrát (spojie připojení k měřicímu obvodu) a ponechává se na teplotě okolí T₀.

7.3 Radiační teploměry

Radiační teploměry pracují na principu měření teplotního záření (elektromagnetického záření černého tělesa), o kterém je podrobněji pojednáno v modulu Termika-Záření. Radiační měření teplot je **bezkontaktní**. Teplotní elektromagnetické záření vysílají všechna tělesa, jejichž teplota je vyšší než 0

K. Při konstantní teplotě tělesa je nejintenzivnější teplotní záření určité vlnové délky, podle níž lze zjistit teplotu povrchu tělesa. Podle **Planckova zákona záření** (viz rovnice v modulu „Záření“) platí, že čím vyšší je teplota tělesa, tím intenzivnější záření těleso vysílá a současně klesá vlnová délka záření.

Záření těles není vždy viditelné lidským okem, záleží na vlnové délce záření a tím nepřímo na teplotě zářícího tělesa. Chladnější tělesa ($T < 500\text{ °C}$) vyzářují **infračervené záření** (elektromagnetické vlnění vyšších vlnových délek, $0,7\text{ }\mu\text{m} < \lambda < 10,6\text{ }\mu\text{m}$). Pro detekci tohoto záření jsou nejvýhodnější polovodičové **fotodetektory**, ať už jako homogenní polovodič, nebo polovodičová struktura. Pro měření v oblasti vlnových délek $0,7\text{ }\mu\text{m}$ až $1\text{ }\mu\text{m}$ mají dominantní postavení prvky na bázi křemíku. Křemík je ještě vhodný pro pásmo viditelných vlnových délek ($0,38\text{ }\mu\text{m} < \lambda < 0,7\text{ }\mu\text{m}$) a pro infračervenou oblast až do vlnové délky asi $1,1\text{ }\mu\text{m}$. Pro oblast vlnových délek $1,1\text{ }\mu\text{m}$ až $1,6\text{ }\mu\text{m}$ se používají fotodetektory na bázi germania a zejména fotodetektory na bázi sloučenin $A^{III}B^V$.



Sloučeninou typu $A^{III}B^V$ se rozumí sloučenina složená z prvků III a V grupy periodické soustavy prvků, např. CdTe

barva	teplota/°C
temně červená na hranici vnímání	520
třešňově červená	900
oranžová	1100
žlutá	1200
zažloutle bílá	1300
bílá až oslňující	>1500

tab. 7.1 Teploty některých barev teplotního záření

Teplotní záření těles o teplotě vyšší než 520 °C je možné pozorovat lidským okem. Teploměry, pracující v této oblasti teplot jsou **pyrometry**. Porovnávají barvu povrchu tělesa, jehož teplotu měříme, s barvou vodiče, který je rozžhaven známým elektrickým proudem. Jsou-li barvy zmíněných dvou těles shodné, jsou shodné i jejich teploty (platí přesně pro absolutně černá tělesa). Převodní charakteristika je závislost teploty na elektrickém proudu žhaveného vodiče $T=f(I)$. Musíme ji zjistit cejchováním, nebo je dodávána s pyrometrem. Pyrometry spolehlivě pracují od teplot 600 °C . Podle barvy teplotně

zářících těles můžeme podle tab. 7.1 stanovit jejich teplotu orientačně, bez měřících přístrojů.

Na principu teplotního záření pracuje rovněž **termovize**, jejíž kamera je citlivá na široký rozsah teplotního záření. Grafická informace o teplotě těles (zejména o rozložení teplot) se předává ve formě barevných útvarů na displeji nebo fotografii.



7.4 Kontrolní otázky

- (1) Na jakém principu pracují kontaktní teploměry?
- (2) Popište princip činnosti bimetalového teplotního elektrického spínače!
- (3) Jaké jsou výhody a nevýhody termistoru proti kovovému odporovému teploměru?
- (4) Jaké jsou výhody a nevýhody termiodody proti termistoru?
- (5) Jak je definována citlivost odporového teploměru?
- (6) Je možné zhotovit termočlánek z polovodičů?

- (7) *Musí být pro funkci termočláнку jeden jeho spoj udržován v teplotní lázni?*
- (8) *Jak lze měřit teplotu bezkontaktně?*
- (9) *Jakého teplotního čidla použijeme pro bezkontaktní měření teploty tělesa, která je nižší než 500 °C?*
- (10) *Jak a od kterých nejnižších teplot pracuje pyrometr?*
- (11) *Čím určíte bezkontaktně rozložení teplot na stěně v místnosti?*
- (12) *Dokažte platnost vztahu (40) $\tau = K / (\alpha \cdot S)$! [Pomůcka: Využijte rovnici termodynamiky $Q = K \cdot (T_1 - T_2)$ a rovnici přestupu tepla $q(t) = \alpha \cdot [T(t) - T_2]$, kde t je čas, T_1 počáteční a T_2 konečná teplota čidla. Viz také moduly Termika-Termodynamika a Termika-Přenos tepla.]*

8 Závěr



8.1 Shrnutí

Modul STAVOVÉ VELIČINY TERMODYNAMICKÝCH SOUSTAV pojednává o oblasti fyziky vztahující se k popisu látky stavovými veličinami. Základními stavovými veličinami jsou tlak, objem, teplota a látkové množství. Kromě stavových veličin byly vysvětleny pojmy termodynamická soustava, rovnovážný stav, ideální plyn, stavová rovnice ideálního plynu, jednoduché děje v ideálních plynech, souvislost stavových veličin s pohybem částic, teplotní roztažnost látek, měření teploty.

8.2 Studijní prameny



8.2.1 Seznam použité literatury

- [1] Schauer, P. *Termika a záření*. CERM 1998
- [2] Horák, Z., Krupka, F. *Fyzika*. SNTL/ALFA 1976, 2 svazky
- [3] Binko, J., Kašpar, I. *Fyzika stavebního inženýra*. SNTL/ALFA 1983
- [4] Krempaský, J. *Fyzika*. ALFA/SNTL 1982



8.2.2 Seznam doplňkové studijní literatury

- [5] Holliday, D., Resnick, R., Walker, J. *Fyzika*. VUT/VUTIUUM 2000



8.2.3 Odkazy na další studijní zdroje a prameny

- [6] <http://fyzika.fce.vutbr.cz>