

Frekvenční analýza zvuku

1. Teorie

Téměř každý kmitající předmět může představovat zdroj zvuku, který lze vnímat jako hudební tón. Frekvence je vnímána jako výška tónu. Již odedávna je známo, že některé kombinace tónů zní přirozeně a člověku se zdá, že tyto tóny k sobě ladí. Existuje řada teorií pro matematický popis hudby, ale podle nejznámějšího pravidla musí být frekvence tónů v poměru malých celých čísel, tj. 1:2, 3:2, 4:3, 5:3 atd., přičemž takový systém se nazývá *přirozené ladění*.

Přirozené ladění se ale v současné době téměř nepoužívá, protože mělo řadu nevýhod. Systém se skládá z velkého množství tónů, přičemž pro vybranou tóninu zůstává většina tónů nevyužitých. Navíc, mezi tóny nejsou pravidelné intervaly, a tak transpozice hudby do jiné tóniny je velmi komplikovaná. Problémy vznikaly také při konstrukci hudebních nástrojů.

2. Temperované ladění

Temperované ladění vzniklo jako náhrada za přirozené ladění. Má jednodušší pravidla a odstraňuje nevýhody složitého přirozeného ladění.

Základní myšlenka je, že tón s určitou frekvencí velmi dobře ladí s jiným tónem, jehož frekvence je dvojnásobná. Takový interval (jedna ku dvěma) se nazývá *oktáva* a je to nejjednodušší celočíselný poměr mezi dvěma frekvencemi. Platí tedy, že tón o oktávu výš má dvojnásobnou frekvenci, tón o dvě oktávy výš má čtyřnásobnou frekvenci, tón o tři oktávy výš má osminásobnou frekvenci a tak dále. Hudba složená pouze z takových tónů by byla velmi chudá a jednotvárná, a tak byl interval jedné oktávy rozdělen na *dvanáct* pravidelných intervalů – ale opět tak, aby poměry frekvencí sousedních tónů zůstaly stejné. Z toho vyplývá, že tento poměr musí být dvanáctá odmocnina ze dvou, tj. $\sqrt[12]{2} \doteq 1,0594630$.

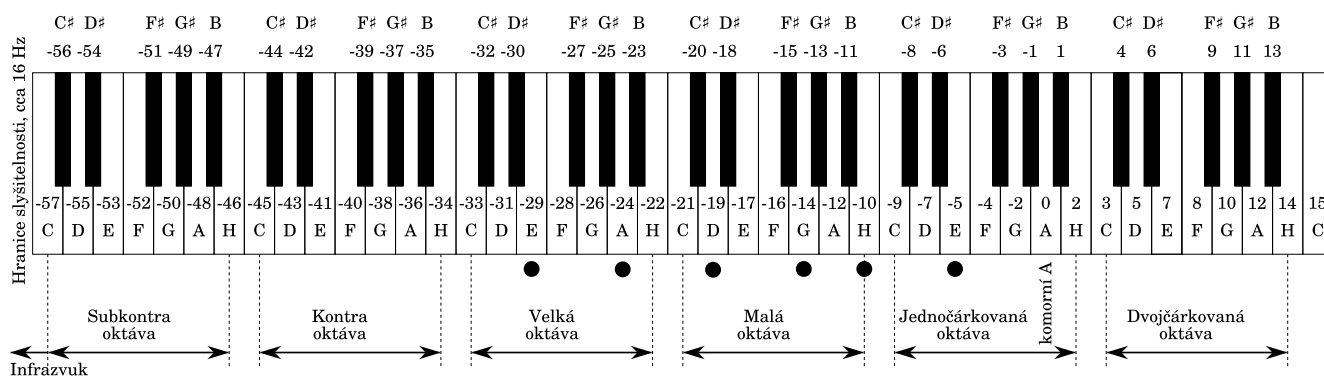
Číslo dvanáct bylo zvoleno z toho důvodu, že takto vzniklé ladění dobře aproximuje ladění přirozené a přitom jeho složitost zbytečně nenarůstá. Temperované ladění je tedy nedokonalé, ale předpokládá se, že většina lidí nedokáže rozeznat rozdíl a nebude vnímat hudbu jako rozladěnou.

Daný poměr frekvencí sousedních půltónů ještě není dostatečnou informací k tomu, aby bylo možné vypočítat frekvenci kteréhokoli tónu. Proto se dodatečně stanovuje, že komorní A má frekvenci 440 Hz. Pak je možné psát vztah

$$f_i = 440 \cdot 2^{i/12} \quad (1)$$

pomocí kterého lze vypočítat frekvenci kteréhokoli tónu, přičemž i je jeho pořadové číslo odpočítané od komorního A.

Například je hned vidět, že kdybychom za i dosadili dvanáct, tak získáme frekvenci 880 Hz. To je pochopitelné, protože se jedná o tón o oktávu vyšší než je komorní A, a tudíž bude mít dvojnásobnou frekvenci.

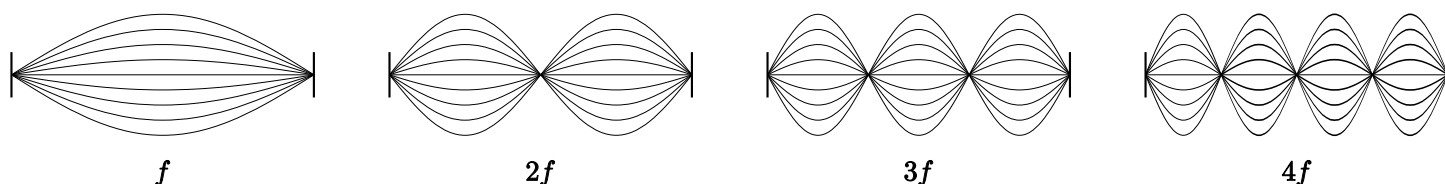


Obr. 1: Tón o oktávu výš má stejné označení. Pro přesnější určení proto mají jednotlivé oktávy svůj název. Například komorní A je totéž co jednočárkované A. Tóny, které odpovídají strunám na kytáře, jsou označeny černým kruhem. Jedná se o velké E, velké A, malé D, malé G, malé H a jednočárkované E. Číslo u tónů představují pořadové číslo i , které je potřeba dosadit do vztahu pro výpočet frekvence. Komorní A má pořadové číslo nula. V hudbě se využívá nejvýše čtyř- až pětičárkovaná oktáva. Přibližně v oblasti sedmičárkované oktávy začíná ultrazvuk.

3. Princip superpozice

Dosud jsme uvažovali pouze o jediné frekvenci (tónu), ale zvuk obvykle obsahuje mnoho frekvencí současně. Kdybychom měli několik zdrojů kmitání, pak výsledné kmity jsou *součtem* (superpozicí) jednotlivých kmitů. Některé frekvence mohou být zastoupeny více, jiné méně. Graf, který zobrazuje zastoupení jednotlivých frekvencí se nazývá *frekvenční spektrum*.

Typickým příkladem zdroje kmitání o více frekvencích je struna. Struna kmitá v několika módech současně, přičemž jejich frekvence mají mezi sebou stejné rozdíly. Změnou techniky při hraní lze různě zvýraznit některé vyšší harmonické, čímž se mírně pozmění barva tónu. Při ladění si ale vždy všímáme pouze základního módu, jehož frekvence je nejnižší.



Obr. 2: Na obrázku jsou zakresleny první čtyři módy, ve kterých může kmitat struna. Zcela vlevo je základní mód o frekvenci f a následují vyšší harmonické o frekvencích $2f$ (tj. tentýž tón, ale o oktávu výš), dále $3f$ (což představuje jiný tón), $4f$ (základní tón o dvě oktávy výše) atd. Struna kmitá v několika módech současně, což bude patrné i ve frekvenčním spektru.

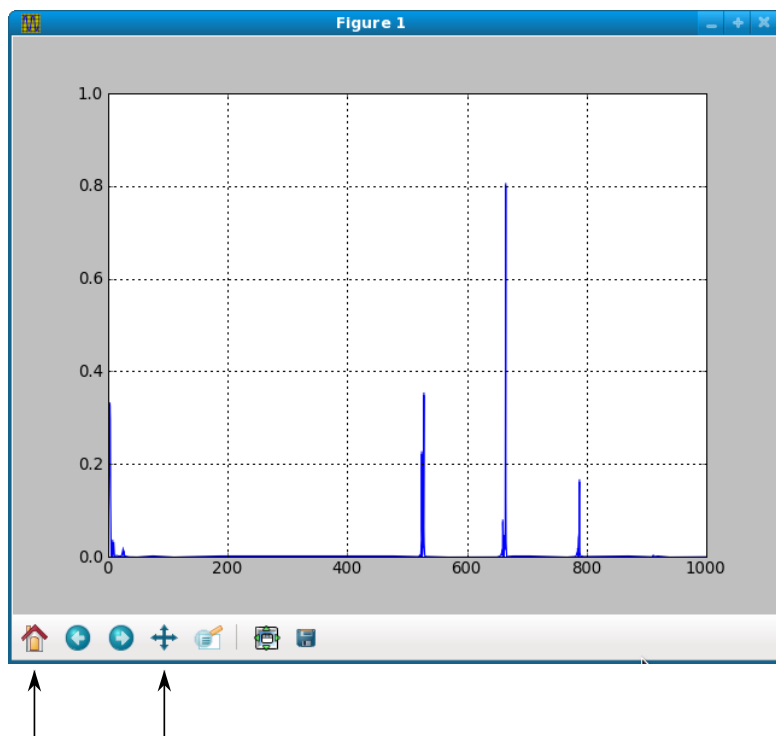
Častou situací jsou natolik složité zvuky, při kterých se situace neustále rychle mění, spektrum je velmi bohaté, frekvence se objevují a zase mizí. Příkladem je různý hluk nebo šum. Analýza takových zvuků je pak značně komplikovaná.

4. Program pro frekvenční analýzu

Poklikáním na ikonu se spustí program pro frekvenční analýzu a zobrazí se okno s grafem znázorňujícím spektrum nahrávaného zvuku. Spektrum se vypočítává pomocí tzv. *Fourierovy transformace*. Program reaguje se zpožděním, což je nevyhnutelný efekt způsobený tím, že se zpracovává několik sekund dlouhý signál. Čím delší záznam, tím přesněji lze vypočítat frekvenci a tím jemnější bude dělení na vodorovné (frekvenční) ose. Na druhou stranu, delší záznam způsobuje dlouhé odezvy a měření je nepohodlné. Použité nastavení je kompromisem. Může se stát, že pro velmi přesné měření frekvenci (například ladičky) jsou délky na vodorovné ose příliš hrubé, a naopak při ladění kytary může být odezva až příliš zdržující.

Pomocí tlačítek myši a pohybu kurzoru je možné graf v obou osách posouvat a měnit jeho měřítko. Držíme-li levé tlačítko, pak lze myší graf posouvat. Držíme-li pravé tlačítko, pak:

- Pohyb doprava zvětší měřítko na vodorovné ose
- Pohyb doleva zmenší měřítko na vodorovné ose
- Pohyb nahoru zvětší měřítko na svislé ose
- Pohyb dolů zmenší měřítko na svislé ose



Obr. 3: Na grafu je vidět frekvenční spektrum foukací harmoniky. Konkrétně se jedná o akord C-dur (tóny C, E, G), jimž přísluší frekvence 523, 659 a 784 Hz. Pro přesnější čtení hodnot je možné pohybem myši graf zvětšit. Ikonka vlevo (domeček) nastaví škálování na osách přesně takové jako je na obrázku (tj. frekvenční rozsah 0 až 1000 Hz). Ikonka s křížkem přepne kurzor myši do režimu, ve kterém lze graf posouvat a měnit měřítko na osách.

5. Úkoly

- Změřte frekvenci ladičky.
- Určete frekvenci, kterou vydává sklenička na víno. Z rovnice (1) vyjádřete i a vypočítejte, který tón je nejbližší.
- Vypočítejte frekvence tónů E, A, D, G, H, E a naladte struny na kytaru.
- U zvolené struny postupujte po jednotlivých pražcích (půltónech) a zapisujte frekvenci.
- Vyneste do grafu závislost frekvence na číslu pražce. Pojmenujte jednotlivé tóny.
- Který tón byl naladěn nejhůře a s jakou odchylkou?
- Zazpívejte co nejpřesněji jakýkoli (předem vybraný) tón a zapište naměřenou frekvenci i odchylku.